



Die demografische Herausforderung

15. Februar 2006

Simulationen mit einem überlappenden Generationenmodell

Die demografischen Veränderungen werden Deutschland in den kommenden Dekaden mit noch nie erlebter Wucht treffen. Dies gilt nicht nur für die Rentenversicherung, sondern ebenso für den Arbeitsmarkt mit Auswirkungen auf Löhne und Zinsen und damit auch für das Wachstumspotenzial und die internationalen Kapitalströme.

Das komplexe Zusammenspiel dieser Faktoren hat DB Research mit einem überlappenden Generationenmodell (OLG) untersucht.

Die wichtigsten Ergebnisse der Modell-Simulationen sind:

- Das Wachstumspotenzial der Wirtschaft wird sich von derzeit etwa 1 ¼% bis etwa 2060 auf nur noch ¼% p.a. verringern.
- Die jährliche Zunahme der realen Pro-Kopf-Einkommen wird bis 2050 um bis zu 0,3%-Punkte gedämpft und sinkt auf knapp unter 1% p.a. Dies entspricht nur noch einem Drittel der jährlichen Wohlstandssteigerungen von 1955 bis 2005.
- Die Kapitalrendite verringert sich unter Status Quo-Bedingungen bis 2060 um rund 100 Basispunkte.
- Ein Übergang zu „Mehr Eigenvorsorge“ in der Rentenpolitik würde den Renditerückgang noch einmal um 35 Basispunkte verstärken.

Die Ergebnisse, die sich insgesamt mit unseren früheren Analysen zur demografischen Herausforderung decken, müssen aber mit Vorsicht interpretiert werden, da sie auf teilweise sehr restriktiven Annahmen basieren.

www.
dbresearch.de

Autoren

Bernhard Gräf
+49 69 910-31738
bernhard.graef@db.com

Marc Schattenberg
Universität Halle
+49 345 5523-323
marc.schattenberg@wiwi.uni-halle.de

Editor

Stefan Schneider

Publikationsassistentz

Pia Johnson

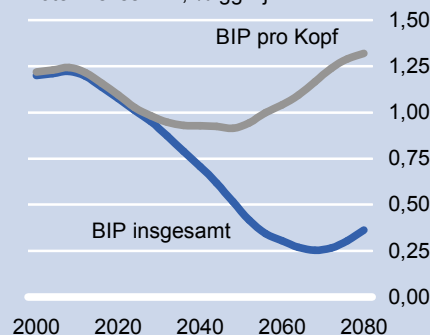
Deutsche Bank Research
Frankfurt am Main
Deutschland
Internet: www.dbresearch.de
E-Mail: marketing.dbr@db.com
Fax: +49 69 910-31877

DB Research Management

Norbert Walter

Wachstumspotenzial sinkt auf 1/4% p.a. ab

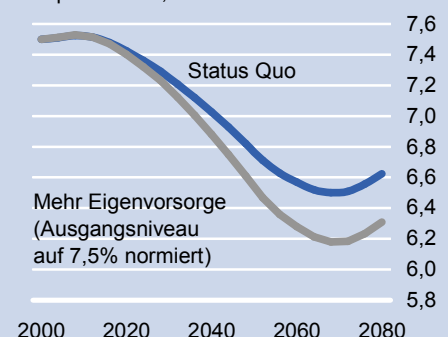
Potenzielles BIP, % gg.Vj.



Quelle: DB Research

Stärkerer Renditerückgang bei "mehr Eigenvorsorge"

Kapitalrendite, %



Quelle: DB Research

Gliederung

1. Einleitung	
Demografische Konsequenzen nicht vermeidbar	3
1.1 Volle „Breitseite“ für Wirtschaft, Gesellschaft und Politik.....	3
1.2 OLG – mehrere Generationen leben miteinander	4
1.3 Ein Hinweis für den Leser	5
2. Die Simulationsergebnisse	
Wachstumspotenzial und Renditen sinken	6
2.1 Der demografische Wandel – Bevölkerung nach 2150 wieder stationär.....	6
2.2 Die Szenarien – „Status Quo“ und „Mehr Eigenvorsorge“	7
2.3 „Status Quo“-Simulationen	7
2.3.1 Beitragssatz und Rentenniveau: die üblichen Ergebnisse	7
2.3.2 Sicherung des Rentenniveaus – Defizite von bis zu 3% des BIP	8
2.4 Wachstumspotenzial sinkt in beiden Szenarien drastisch.....	8
2.5 Gesamtwirtschaftliche Sparquote geht auch bei „Mehr Eigenvorsorge“ zurück	10
2.6 Rendite sinkt – Asset Meltdown unwahrscheinlich.....	10
2.7 Ergebnisse mit Vorsicht zu interpretieren	12
3. Überlappende Generationenmodelle	
Der Versuch einer einfachen Erklärung	14
3.1 Warum OLGs?	14
3.2 Das DB Research OLG-Modell – 3 Sektoren, 18 Generationen und 2 Lebensphasen	15
3.3 Die Lebenszyklushypothese – intertemporale Nutzenmaximierung.....	17
3.4 Individuen haben eine Zeitpräferenz	19
3.5 Vollkommene Voraussicht – wer hat die schon?.....	21
3.6 OLG-Modelle sind dynamische Gleichgewichtsmodelle.....	22
3.7 Der Anpassungsprozess im Übergang	22
3.8 OLG und Farmer – was haben beide gemeinsam?.....	23
3.9 Die Lösung eines OLG-Modells – das Pferd wird von hinten aufgezäumt.....	24
3.10 Kalibrierung des OLG-Modells notwendig	25
4. Die Modellkonstruktion	
Die mathematische Formulierung unseres OLG-Modells	26
4.1 Die Bevölkerung – Rentner und Erwerbstätige	26
4.2 Der Unternehmenssektor – Cobb-Douglas-Produktionstechnik.....	27
4.3 Der Haushaltssektor – intertemporale Nutzenmaximierung	28
4.4 Der Staatssektor – Träger der Alterssicherung	32
Literaturverzeichnis	33

(Die Autoren danken Prof. Dr. Gunter Steinmann (Universität Halle-Wittenberg) und PD Dr. Manfred Jäger (Institut der deutschen Wirtschaft Köln und Universität Halle-Wittenberg) für die kritische Durchsicht und konstruktiven Anmerkungen sowie insbesondere PD Dr. Jäger für die Starthilfe bei der programmtechnischen Umsetzung.)

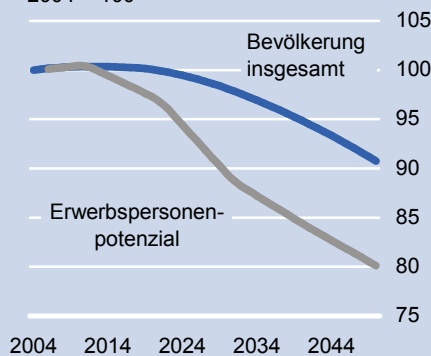
1. Einleitung: demografische Konsequenzen nicht vermeidbar

1.1 Volle „Breitseite“ für Wirtschaft, Gesellschaft und Politik

Die demografische Herausforderung ist Fakt. Sie wird Deutschland in den kommenden Dekaden mit noch nie erlebter Wucht treffen. Seit mehr als 30 Jahren liegt die Geburtenrate um rund ein Drittel unter dem eine konstante Bevölkerung sichernden Reproduktionsniveau. Die Elterngeneration wird somit schon seit langem nur noch zu zwei Dritteln ersetzt. Zusammen mit der steigenden Lebenserwartung führt dies dazu, dass die Bevölkerung Deutschlands in den kommenden Dekaden merklich altert und je nach der Höhe der künftigen Zuwanderungen auch mehr oder weniger stark schrumpft. Dabei werden sich die demografischen Auswirkungen noch etwa bis 2010/15 in engen Grenzen halten. Danach werden sie jedoch drastisch an Dynamik gewinnen, wenn die geburtenstarken Jahrgänge der so genannten Baby-Boomer-Generationen beginnen, in den Ruhestand zu gehen und das Erwerbspersonenpotenzial dadurch dramatisch sinkt.

Erwerbspersonenpotenzial sinkt doppelt so stark wie die Bevölkerung

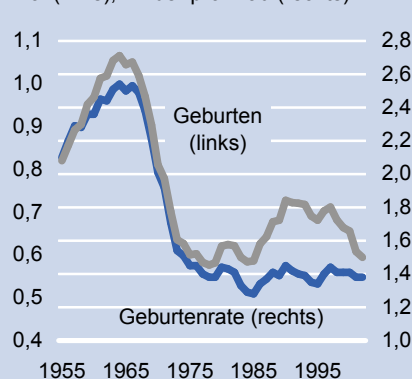
2004 = 100



Quelle: Statistisches Bundesamt, IAB **1**

Echo-Effekte noch lange wirksam

Mio. (links), Kinder pro Frau (rechts)



Quelle: Statistisches Bundesamt **2**

Arbeitsangebot sinkt doppelt so stark wie die Bevölkerung

Nach der mittleren Variante der 10. koordinierten Bevölkerungsvorausschätzung des Statistischen Bundesamtes wird die Bevölkerung noch bis 2010/15 relativ stabil bleiben, danach aber bis 2050 um 7,7 Mio. oder 9% auf 75 Mio. zurückgehen¹. Das Durchschnittsalter steigt entsprechend von derzeit rund 42 auf 49 Jahre an.

Schätzungen des Instituts für Arbeitsmarkt- und Berufsforschung (IAB) zufolge wird das Erwerbspersonenpotenzial (Arbeitsangebot) aufgrund des Baby-Boomer-Effekts von 2010 bis 2050 mit -20% gut doppelt so stark sinken wie die Gesamtbevölkerung². Dabei dämpft die vom IAB unterstellte Nettozuwanderung von jährlich 200.000 Personen den demografisch bedingten Rückgang erheblich. Ohne Migration würde das Erwerbspersonenpotenzial bis 2050 um 18,2 Mio. oder rund 40% sinken. Die positiven Effekte der Nettozuwanderung werden sich den Ergebnissen des Instituts für Wirtschaftsforschung Halle (IWH) folgend jedoch unterschiedlich in Ost- und Westdeutschland auswirken³.

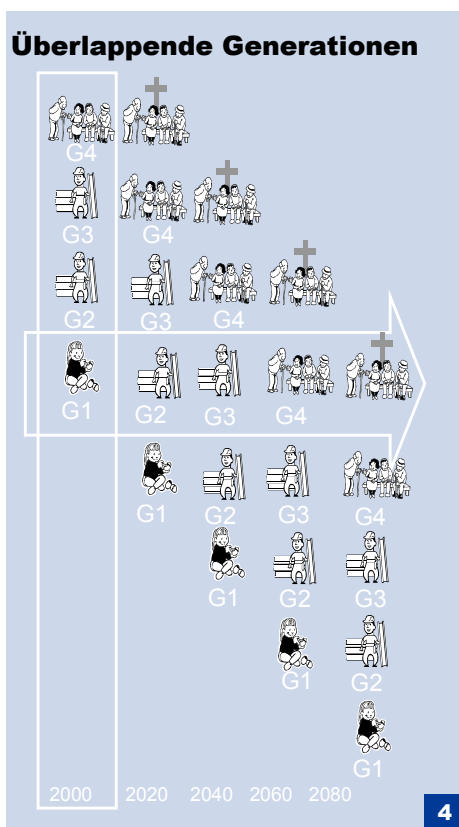
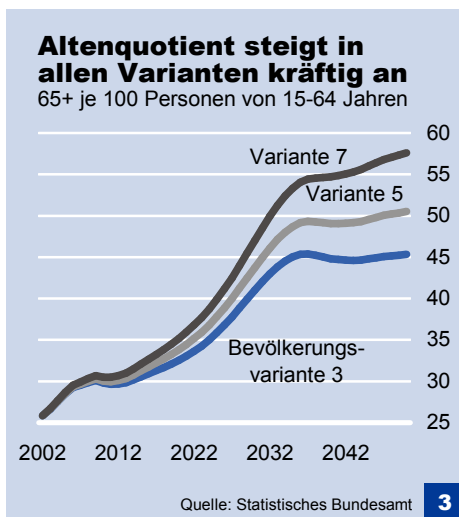
Echo-Effekte wirken noch lange

Selbst ein rascher Anstieg der Geburtenrate auf das Reproduktionsniveau kann die seit den 70er Jahren angelegte Entwicklung nicht verhindern, sondern bestenfalls auf längere Sicht dämpfen. Dies liegt u.a. an den so genannten demografischen Echo-Effekten. Da seit den 70er Jahren relativ wenige Kinder geboren wurden, sind

¹ Vgl. Statistisches Bundesamt: Bevölkerung Deutschlands bis 2050, 10. koordinierte Bevölkerungsvorausberechnung, Wiesbaden 2003; Die Bevölkerungsvorausberechnung umfasst 9 Varianten, die sich durch unterschiedliche Annahmen hinsichtlich der Lebenserwartung und jährlichen Nettozuwanderung unterscheiden. Allen Varianten liegt eine unveränderte Geburtenrate von 1,4 Kindern pro Frau zugrunde. Die mittlere Variante (Variante 5) basiert auf einem Anstieg der Lebenserwartung bei der Geburt bis 2050 bei Jungen um 6,3 auf 81,1 und bei Mädchen um 5,8 auf 86,6 Jahre sowie einer Nettozuwanderung von Ausländern von jährlich 200.000.

² Vgl. Fuchs, J., Dörfler K. (2005). Projektion des Erwerbspersonenpotenzials bis 2050. Annahmen und Datengrundlage. IAB Forschungsbericht, Nr. 25/2005.

³ Vgl. Steinmann, G.; Tagge, S. (2002). Determinanten der Bevölkerungsentwicklung in West- und Ostdeutschland. In Wirtschaft im Wandel (4), 2002.



jetzt auch nur relativ wenige potenzielle Mütter vorhanden. Die Zahl der in den alten Bundesländern geborenen Kinder halbierte sich nahezu von 1965 bis 2004 von 1,04 Mio. auf 577.000. Nach der mittleren Variante sinkt die Anzahl der Frauen im gebärfähigen Alter von knapp 20 Mio. auf gut 14 Mio. im Jahr 2050.

Nicht nur Sozialsysteme vom demografischen Wandel getroffen

Zwar dienen die Probleme der staatlichen Rentenversicherung oft als Paradebeispiel für die Auswirkungen des demografischen Wandels. Nach Berechnung des Statistischen Bundesamtes wird der Altenlastquotient, d.h. die Anzahl der Personen über 65 Jahre in Relation zu 100 Personen im Alter von 15 bis 64 Jahren, im günstigsten Fall⁴ bis 2050 von derzeit gut 28 auf über 45 steigen. Im ungünstigsten Fall⁵ wird er sich sogar auf 57 ½ verdoppeln. Entsprechend wird auch der Rentnerquotient, d.h. der für unser umlagefinanziertes Rentensystem zentrale Faktor, merklich steigen. Tiefgreifende Reformen der Sozialversicherungssysteme sind somit kaum vermeidbar.

Die demografischen Auswirkungen auf unsere Wirtschaft reichen jedoch wesentlich weiter. So spannt sich der Bogen von tief greifenden Änderungen am Arbeitsmarkt mit entsprechenden Wirkungen auf die relativen Preise von Arbeit (Löhne) und Kapital (Zinsen) sowie das Wachstumspotenzial eines Landes über Änderungen in der Konsumnachfrage und damit der Branchenstruktur bis hin zu Wirkungen auf die internationalen Kapitalströme.

Partialanalysen nur begrenzt hilfreich

Alle diese Wirkungen sind zudem interdependent. Partialanalysen sind zwar hilfreich, um Anhaltspunkte über die Auswirkung demografischer Prozesse auf einzelne Teilbereiche unserer Wirtschaft zu erlangen. Sie können allerdings kein vollständiges Bild davon liefern, was in den kommenden Dekaden auf Deutschland zukommt.

1.2. OLG – mehrere Generationen leben miteinander

Um einen Gesamtüberblick zu erhalten, werden in der vorliegenden Studie die demografischen Auswirkungen auf wichtige makroökonomische Größen, wie Konsum, Ersparnis, Zinsen, Löhne und öffentliche Finanzen, anhand eines Gesamtmodells gemeinsam und unter Berücksichtigung ihrer Interdependenzen analysiert. Hierfür ist ein Modell notwendig, das nicht nur historische Daten und Verhaltensweisen in die Zukunft fortschreibt, sondern komplexe Interaktionen zwischen den Generationen berücksichtigt. Dazu haben wir ein so genanntes überlappendes Generationenmodell (Overlapping Generations Model – OLG) verwendet, das in der akademischen Forschung als ein gut geeignetes Instrument zur Analyse demografischer Prozesse angesehen wird⁶. Der OLG-Ansatz basiert darauf,

⁴ Variante 3 der 10. koordinierten Bevölkerungsvorausberechnung. Sie geht von einer niedrigen Lebenserwartung (Anstieg der Lebenserwartung bei der Geburt bis 2050 bei Jungen um 4,1 und Mädchen um 4,9 Jahre) und einer Nettozuwanderung von Ausländern im Umfang von jährlich 300.000 aus.
⁵ Variante 7 der 10. koordinierten Bevölkerungsvorausberechnung. Sie basiert auf der Annahme einer hohen Lebenserwartung (Anstieg der Lebenserwartung bei der Geburt bis 2050 bei Jungen um 7,8 und Mädchen um 7,3 Jahre) und einer Nettozuwanderung von Ausländern im Umfang von jährlich 100.000.
⁶ Vgl. Auerbach, A.J.; Kotlikoff, L.J. (1987). Dynamic Fiscal Policy. Börsch-Supan, A.; Ludwig, A.; Winter, J. (2003/2004). Aging, pension reforms, and capital flows: A multi-country simulation model. MEA Discussion Papers Nr. 28, April 2003 und Aktualisierung als Discussion Paper Nr. 64, August 2004. Schmidt, S. (2004). Computerbasierte Anwendungen von Modellen sich überlappender Generationen. In ZEW Konjunkturreport Nr. 3, 2004.

dass in einer Volkswirtschaft zu jedem Zeitpunkt mehrere Generationen unterschiedlichen Alters miteinander leben und interagieren. Mit jeder betrachteten Periode altern die Generationen – die älteste Generation stirbt, eine neue wird geboren.

OLG basiert auf Lebenszyklustheorie

Ein OLG-Modell ist mikroökonomisch fundiert. Jede Generation wird durch ein Wirtschaftssubjekt repräsentiert, das nach dem Lebenszyklusmodell ein spezifisches altersabhängiges Konsum- und Sparverhalten hat und seinen Nutzen über die gesamte Lebenszeit maximiert. Damit lässt sich zum einen die Bevölkerung in ihrer Generationenstruktur abbilden. Zum anderen können intergenerative Rückkoppelungseffekte demografischer Entwicklungen und/oder wirtschaftspolitischer Maßnahmen dynamisch analysiert werden. Demografische Schocks führen innerhalb des Modells zu Änderungen des Konsum- und Sparverhaltens einzelner Generationen. Die Entscheidungen der gegenwärtigen Generationen beeinflussen aber auch das Handeln der nachfolgenden Generationen. Ebenso haben antizipierte Entscheidungen der zukünftigen Generationen Auswirkungen auf das Handeln heutiger Generationen⁷.

Ergebnisse mit Vorsicht zu interpretieren

Wie bei allen Modellen sind auch die Ergebnisse eines OLG-Modells von ihrer theoretischen Formulierung abhängig. Ein OLG-Modell basiert auf der neoklassischen Theorie mit zugegebenermaßen sehr restriktiven Annahmen. Trotz der annahmebedingten Beschränkungen, u.a. auf eine geschlossene Volkswirtschaft, ist ein solches Modell bei der Analyse demografischer Prozesse hilfreich und sinnvoll. So berücksichtigt es Interdependenzen und Interaktionen und liefert Hinweise auf die Größenordnung der Änderungen der betrachteten Variablen, wie beispielsweise des Zinssatzes.

1.3 Ein Hinweis für den Leser

Für den Leser mit knappem Zeitbudget sind in Kapitel 2 die Ergebnisse unserer Modellsimulation kurz dargestellt und erläutert. Denjenigen, die sich darüber hinaus mit der theoretischen Fundierung der äußerst komplexen OLG-Modelle sowie der ökonomischen Interpretation ihrer Funktionsweise auseinandersetzen möchten, sei zur Lektüre das Kapitel 3 empfohlen. Wer zusätzlich noch Spaß an einer mathematischen Formulierung hat, findet dazu in Kapitel 4 hinreichend Nahrung.

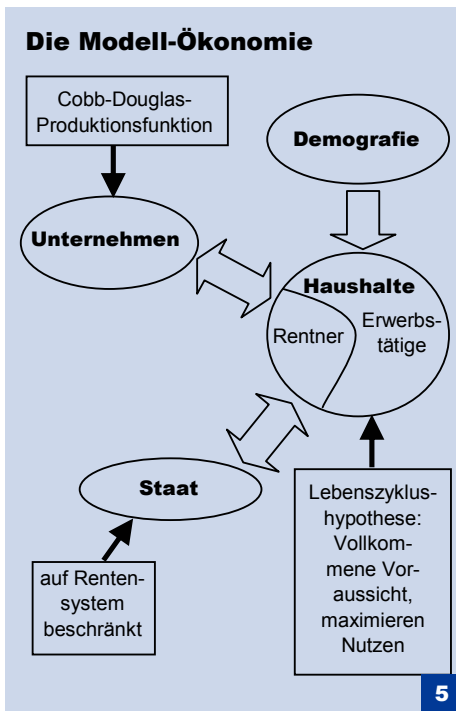
⁷ Zur Modellbeschreibung und ökonomischen Interpretation sowie der mathematischen Formulierung des OLG-Modells siehe Kapitel 3 und 4.

2. Die Simulationsergebnisse: Wachstumspotenzial und Renditen sinken

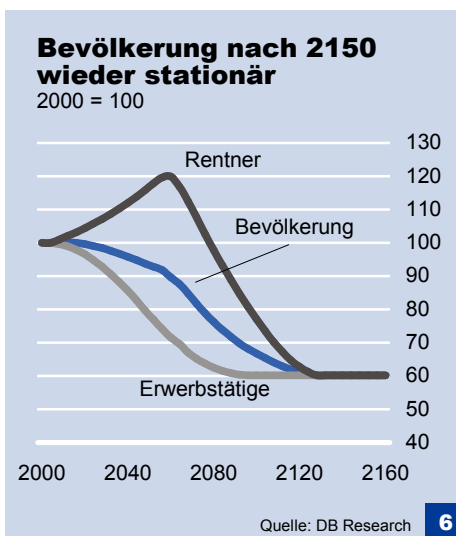
2.1 Der demografische Wandel – Bevölkerung nach 2150 wieder stationär

DB Research OLG-Modell: Eine Kurzbeschreibung

Unser OLG-Modell basiert auf einer geschlossenen Volkswirtschaft mit den Sektoren private Haushalte, Unternehmen und Staat. Die privaten Haushalte besitzen vollkommene Voraussicht und maximieren ihren Nutzen aus Konsum über ihre gesamte Lebensphase. Entsprechend der Lebenszyklushypothese glätten sie ihren Konsum über die Zeit durch Variation ihrer Ersparnis. Die Verteilung des Lebenskonsums über die einzelnen Perioden ist damit nur noch von der Zeitpräferenz der Haushalte, der Bereitschaft und der Möglichkeit zum Verzicht auf Konsum in der Gegenwart und dem Zinssatz abhängig⁸. In unserem Modell gibt es insgesamt 18 Generationen. 11 Generationen befinden sich in ihrer Erwerbsphase, 7 Generationen sind Rentnerhaushalte. Kinder werden in unserem Modell durch ihre Eltern finanziert und daher nicht explizit betrachtet. Die Rentnerhaushalte beziehen eine staatliche Rente und brauchen ihre Ersparnisse zu Konsumzwecken auf. Die Haushalte in der Erwerbsphase stellen den Unternehmen ihre Arbeit zur Verfügung, die entsprechend einer Cobb-Douglas-Produktionsfunktion ein Gut, das sowohl konsumiert als auch investiert werden kann, produziert. Zins- und Lohnsatz bestimmen sich nach der Grenzproduktivität von Arbeit und Kapital. Der Staat ist auf seine Funktion als Träger der Alterssicherung reduziert.



5



6

Bevölkerungsentwicklung ist zentrale Variable

Im Mittelpunkt eines OLG-Modells steht die Bevölkerungsentwicklung. Sie ist die Ursache der Anpassungsprozesse und bestimmt die ökonomischen Interaktionen, die ein OLG-Modell abbildet. Ein OLG-Modell basiert auf Gleichgewichtslösungen. Befindet sich das Modell im Ausgangspunkt in einem Gleichgewicht und wird durch einen demografischen Schock, etwa durch Schrumpfung und Alterung der Generationen, gestört, bewegt es sich langfristig wieder auf ein neues Gleichgewicht zu (vgl. hierzu Punkt 3.6). Dabei ist der Übergangspfad von besonderem Interesse. Er beschreibt die Auswirkungen des demografischen Wandels auf unsere Modell-Wirtschaft. Da ein neues Gleichgewicht nur auf lange Sicht wieder erreicht wird, ist zur Lösung unseres OLG-Modells ein sehr langer Untersuchungszeitraum – etwa bis 2150 – notwendig. Daher werden zunächst die Annahmen bezüglich der Bevölkerungsentwicklung für die kommenden 150 Jahre beschrieben. Die Ergebnisse unserer Simulationen werden im Anschluss daran allerdings nur bis 2080 dargestellt, da die stärksten Auswirkungen des demografischen Wandels sich bis dahin ergeben.

Demografischer Wandel wirkt noch lange

Bis 2050 liegt den Modellsimulationen die demografische Entwicklung nach der mittleren Variante der jüngsten Bevölkerungsvorausberechnung des Statistischen Bundesamtes zugrunde. Danach ist die Bevölkerung bis 2010/15 noch relativ konstant, nimmt dann aber bis 2050 um 9% auf rund 75 Mio. ab. Die Zahl der Personen im

⁸ Vgl. Deaton, A. (1992). Understanding consumption.

erwerbsfähigen Alter wird in diesem Zeitraum aufgrund der Baby-Boomer-Effekte sogar um 20% sinken.

Die Bevölkerungsentwicklung nach 2050 haben wir unter der Annahme projiziert, dass sich die Geburtenrate bis zum Ende des Jahrtausends allmählich dem Reproduktionsniveau angleicht. Mit merklicher zeitlicher Verzögerung verlangsamt sich dadurch der Schrumpfungsprozess und die Bevölkerung wird etwa zur Mitte des nächsten Jahrtausends wieder stationär. Unseren Vorausberechnungen zufolge sinkt die Bevölkerung in unserer „Modellwelt“ von 2050 bis 2080 um weitere 15% und bleibt dann etwa ab 2150 stabil.

Rentnerquotient: nahezu Verdoppelung bis 2060

Aufgrund der Alterung ergeben sich im Übergang zum neuen stationären Bevölkerungsgleichgewicht erhebliche Verschiebungen im Bevölkerungsaufbau unserer „Modellwelt“. Der Rentnerquotient, d.h. die Anzahl der Individuen, die in unserem Modell den Rentnergenerationen angehören, je 100 Erwerbstätigen, erhöht sich bis etwa 2060 von 60 auf 110. Danach geht er bis 2150 wieder allmählich auf sein Ausgangsniveau zurück.

2.2 Die Szenarien – „Status Quo“ und „Mehr Eigenvorsorge“

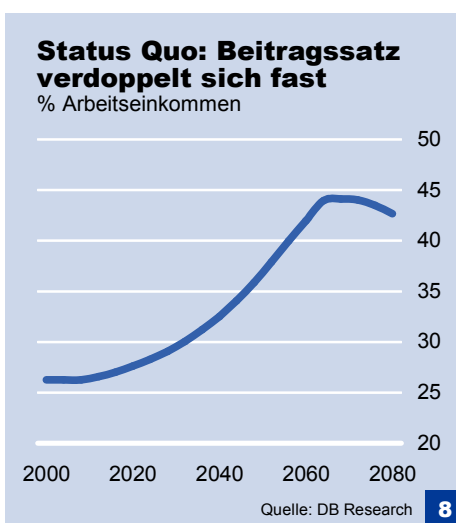
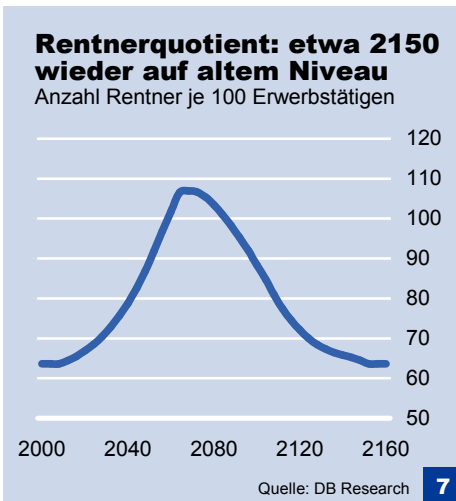
Auf Basis der beschriebenen Bevölkerungsentwicklung simulieren wir in unserem OLG-Modell zwei Szenarien. Das erste Szenarium ist ein „Status Quo“-Szenarium, bei dem die aktuellen Rahmenbedingungen des deutschen Rentensystems fortgeschrieben werden. Aus der Umlagefinanzierung mit der Budgetrestriktion der gesetzlichen Rentenversicherung folgt entweder der zur Sicherung des aktuellen Rentenniveaus notwendige Beitragssatz oder das bei einem konstanten Beitragssatz mögliche Rentenniveau. Springt der Staat in die Bresche und hält beide Politikvariablen konstant, können mit unserem Modell die daraus resultierenden Budgetdefizite und der Anstieg der öffentlichen Verschuldung ermittelt sowie Aussagen über die langfristige Nachhaltigkeit einer solchen Politik abgeleitet werden.

Das zweite Szenarium haben wir „Mehr Eigenvorsorge“ genannt. Darin wird der Beitragssatz zur Rentenversicherung konstant gehalten, so dass unter der gegebenen Bevölkerungsentwicklung das Rentenniveau aus der staatlichen Rentenversicherung entsprechend sinkt. Die so entstehende demografische Rentenlücke schließen die Haushalte durch verstärkte Eigenvorsorge. Dieses Szenarium wäre die konsequente Weiterentwicklung der mit der staatlich geförderten „Riester-Rente“ eingeleiteten Reform.

2.3 „Status Quo“-Simulationen

2.3.1 Beitragssatz und Rentenniveau: die üblichen Ergebnisse

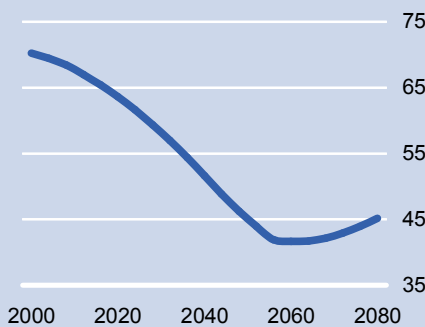
Die Ergebnisse unserer Modellsimulation für die beiden Politikvariablen Beitragssatz und Rentenniveau entsprechen üblichen Modellrechnungen zur gesetzlichen Rentenversicherung und den bekannten „Faustformeln“⁹. Aufgrund der Budgetrestriktion der gesetzlichen Rentenversicherung gilt unter Ausklammerung des Bundeszuschusses: $\text{Beitragssatz} = \text{Rentnerquotient} \times \text{Rentenniveau}$. Somit muss sich der Beitragssatz bei konstantem Rentenniveau wie der Altenquotient entwickeln. In unserem Modell steigt der Beitragssatz von



⁹ Vgl. Bräuninger, D. und B. Gräf (2005). Spürbare Rentenlücken trotz Reformen. Deutsche Bank Research. Aktuelle Themen, Demografie Spezial Nr. 312. 12. Januar 2005. Frankfurt am Main.

Status Quo: Nettoertragsniveau sinkt um 30%-Punkte

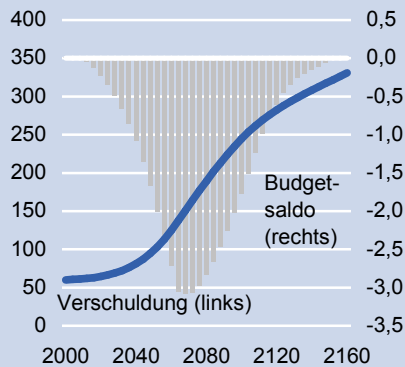
Nettoertrag aus GRV, % Arbeitseinkommen



Quelle: DB Research **9**

Permanente Defizite von bis zu 3% des BIP

% BIP



Quelle: DB Research **10**

gut 26% (was unter Berücksichtigung des Bundeszuschusses dem aktuellen Beitragssatz von 19,5% entspricht) bis auf knapp 45% an, wenn die demografischen Anpassungslasten vollständig zu Lasten der Beitragszahler gehen. Umgekehrt geht, wenn die Rentner vollständig die Anpassungslasten tragen, das Nettoertragsniveau aus der staatlichen Rentenversicherung bis 2060 von 70% auf fast 40% zurück.

2.3.2 Sicherung des Rentenniveaus – Defizite von bis zu 3% des BIP

In unserem Modell ist der Staat auf seine Funktion als Träger der Rentenversicherung beschränkt. Wird im „Status Quo“-Szenarium die Budgetrestriktion der gesetzlichen Rentenversicherung aufgegeben und die Absenkung des Rentenniveaus bei konstantem Beitragssatz durch den Staat in Form eines Bundeszuschusses ausgeglichen, geraten die öffentlichen Finanzen demografisch unter erheblichen Druck. Das im Ausgangszustand ausgeglichene Budget des Staates weist dann im gesamten Betrachtungszeitraum kontinuierlich Defizite auf, die bis 2060 auf jährlich über 3% des BIP anwachsen. Die Staatsverschuldung (aktuell gut 60%) übersteigt somit etwa ab 2050 das BIP. Damit ist der Höchststand bei der Verschuldung aber bei weitem noch nicht erreicht. Zwar sinken nach 2080 unserer Simulation zufolge wieder allmählich die Defizite und etwa 2150 wird wieder ein ausgeglichener Haushalt erreicht. Die Verschuldung steigt aber aufgrund der zunehmenden Zinsbelastung bis 2150 weiter auf fast 350% des BIP an. Als langfristig tragfähig kann eine solche Politik nicht bezeichnet werden¹⁰. Die Tragfähigkeitslücke entspricht den jährlichen Defiziten. Somit sind zur Sicherung der langfristigen Tragfähigkeit der öffentlichen Finanzen Konsolidierungsmaßnahmen von zeitweise jährlich über 3% des BIP erforderlich.

Weder die beiden Extrem Lösungen (Anstieg des Beitragssatzes bzw. Absenkung des Rentenniveaus) noch die Defizitlösung sind denkbare Alternativen. Daher haben wir mit unserem OLG-Modell die Effekte des Reformszenariums „Mehr Eigenvorsorge“ analysiert, die im Folgenden jeweils im Vergleich zum „Status Quo“-Szenarium dargestellt werden.

2.4 Wachstumspotenzial sinkt in beiden Szenarien drastisch

BIP-Wachstumsraten in beiden Szenarien nahezu gleich...

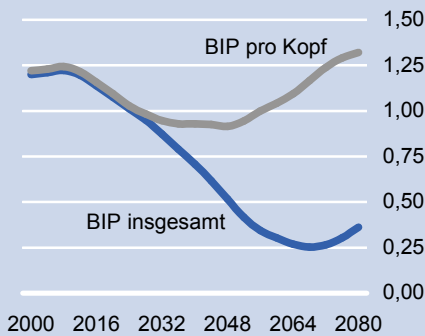
Bezüglich der Wachstumsrate des Produktionspotenzials liefern beide Szenarien nahezu identische Ergebnisse. Dies ist wenig überraschend, da nach dem für die neoklassische Theorie zentralen Solow-Wachstumsmodell – und auch in seiner erweiterten Ramsey-Form¹¹ – das Wirtschaftswachstum im langfristigen Gleichgewicht

¹⁰ Das ifo Institut kommt zwar in seiner jüngsten Berechnung zur langfristigen Tragfähigkeit der öffentlichen Finanzen bei der gesetzlichen Rentenversicherung lediglich zu Deckungslücken von 0,9% (Ausgangsvariante) bzw. 1,2% des BIP (Risikovariante). Dabei wurde allerdings ein Anstieg des Beitragssatzes bis 2050 von 19,5% auf 23,6% (Ausgangsvariante) bzw. 24,5% (Risikovariante) sowie ein gleichzeitiger Rückgang des Bruttoertragsniveaus von knapp 48% auf 37,8% (36,5%) unterstellt. Vgl. Werding, M., Kaltschütz, A. (2005). Modellrechnungen zur langfristigen Tragfähigkeit der öffentlichen Finanzen. ifo Beiträge zur Wirtschaftsforschung, 2005.

¹¹ Das Solow-Modell basiert auf der Annahme einer konstanten Sparquote, während die Erweiterung durch Ramsay diese durch die intertemporale Nutzenmaximierung endogen bestimmt. Es kann gezeigt werden, dass die Ergebnisse in beiden Modellen gleich sind. Vgl. Barro, R.J., Sala-i-Martin, X. (2004). Economic Growth.

Wachstumspotenzial sinkt auf 1/4% p.a. ab

% gg.Vj.

Quelle: DB Research **11**

(Steady State) ausschließlich vom Bevölkerungswachstum und der Rate des technischen Fortschritts abhängt. Im Übergang vom Ausgangsgleichgewicht zum neuen „Steady-State“ nimmt das Wachstumspotenzial in unseren Modell-Ergebnissen zunächst merklich ab und erreicht 2060/65 mit etwa 1/4% p.a. sein niedrigstes Niveau. Dabei ist ein Potenzialwachstum im Ausgangszustand von knapp 1 1/4% unterstellt¹², das im neuen Gleichgewicht etwa 2150 wieder erreicht wird. Der Rückgang des Potenzialwachstums im Übergang fällt nach den OLG-Simulationen stärker aus als nach einer früheren Untersuchung von Deutsche Bank Research¹³. Der wesentliche Unterschied dafür liegt darin, dass damals unveränderte Wachstumsbeiträge des Kapitalstocks unterstellt wurden. Im OLG-Modell passen sich die Haushalte aber dem demografischen Wandel durch Variation ihrer Ersparnis an, was in einer geschlossenen Volkswirtschaft zu einem schrumpfenden Kapitalstock und somit zu sinkenden Wachstumsbeiträgen des Produktionsfaktors Kapital führt.

Auch die Zunahme des BIP pro Kopf unterscheidet sich in beiden Szenarien kaum. Sie ist zwar aufgrund des Bevölkerungsrückgangs höher als das Wachstum des Produktionspotenzials. Unseren Modell-Ergebnissen zufolge wird das Wachstum des BIP pro Kopf demografisch bedingt bis 2050 um jährlich bis zu 0,3%-Punkte gedämpft¹⁴ und sinkt auf unter 1% p.a. ab. Dies entspricht nur noch einem Drittel des jährlichen Wohlstandszuwachses in den vergangenen fünf Dekaden (reales BIP pro Kopf 1955 bis 2005: +2,7% p.a.).

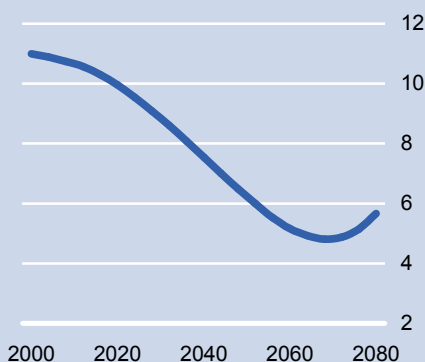
... BIP-Niveau aber unterschiedlich

Auch wenn die Wachstumsraten des Produktionspotenzials insgesamt und pro Kopf in beiden Szenarien nahezu gleich sind, so bestehen hinsichtlich des Niveaus des BIP und damit der Pro-Kopf-Einkommen jedoch merkliche Unterschiede im Ausgangszustand, dem „Steady State“. Zur Berechnung des Ausgangsgleichgewichts haben wir unser Modell für die vergangenen 60 Jahre gelöst. Da die Haushalte vollkommene Voraussicht besitzen, antizipieren sie den demografischen Wandel und damit den Rückgang des staatlichen Rentenniveaus. Entsprechend sparen sie im Szenarium „Mehr Eigenvorsorge“ zur Aufrechterhaltung ihres Konsumniveaus im Rentenalter schon vor dem Beginn des Alterungs- und Schrumpfungsprozesses der Bevölkerung mehr als im „Status Quo“. Damit ist der Kapitalstock höher, und das mit den Produktionsfaktoren Arbeit und Kapital erzielbare BIP liegt um rund 10% über dem im „Status Quo“.

Fazit: Wir werden uns in Zukunft auf merklich niedrigere Wohlstandszuwächse einstellen müssen.

Status Quo: Sparquote halbiert sich bis 2060

Sparquote, %

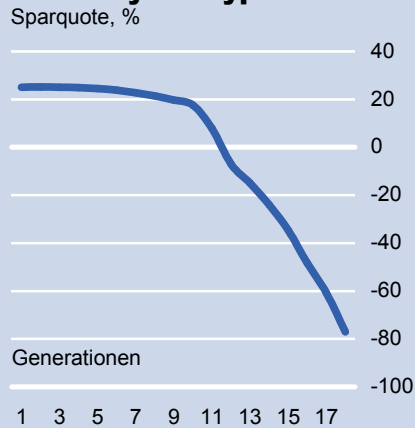
Quelle: DB Research **12**

¹² Dieser Wert wird jüngeren Forschungen zufolge als aktuelles Wachstumspotenzial veranschlagt. Vgl. Kamps, C., Meier, C.-P., Oskamp, F. (2004). Wachstum des Produktionspotenzials in Deutschland bleibt schwach. Kieler Diskussionsbeiträge (Institut für Weltwirtschaft Kiel), Nr. 414. September 2004.

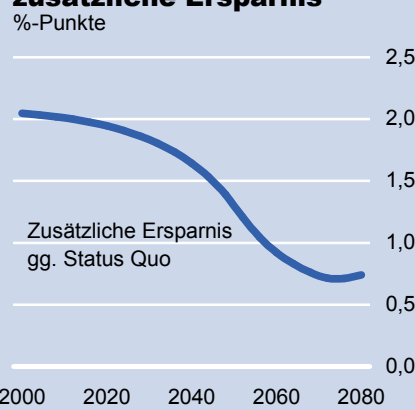
¹³ Vgl. Gräf, B. (2003). Deutsches Wachstumspotenzial: Vor demografischer Herausforderung. Deutsche Bank Research. Aktuelle Themen/Demografie Spezial, Nr. 277. 14. Juli 2003. Frankfurt am Main.

¹⁴ Stärkere Dämpfungseffekte von bis zu 0,5%-Punkten findet Ludwig, A. (2005). Aging and Economic Growth: The Role of Factor Markets and of Fundamental Pension Reforms. MEA Discussion Papers Nr. 94, Februar 2005, während eine Untersuchung der OECD auf Dämpfungseffekte bei Pro-Kopf-Einkommen im Umfang von 0,2%-0,3%-Punkten schließen lässt: Vgl. Martins, J.O., Gonand, F., Antolin, P., de la Maisonneuve, C., Yoo, K.-Y. (2005). The Impact of Ageing on Demand, Factor Markets and Growth. OECD Economic Department Working Papers Nr. 420. März 2005.

Status Quo: generationenspezifische Sparquote folgt Lebenszyklushypothese



Mehr Eigenvorsorge: zusätzliche Ersparnis



2.5 Gesamtwirtschaftliche Sparquote geht auch bei „Mehr Eigenvorsorge“ zurück

Wie die Individuen in unserem OLG-Modell interagieren, zeigt sich am besten am Verlauf der Sparquote. Sie ist die Größe, mit der die Haushalte auf die veränderten demografischen Rahmenbedingungen sowie die rentenpolitischen Maßnahmen reagieren. Dabei ist unterstellt, dass unsere „OLG-Haushalte“ nur für ihre Altersvorsorge sparen.

„Status Quo“: der rein demografische Effekt

In nebenstehender Grafik ist die Entwicklung der Sparquote der privaten Haushalte für das „Status Quo“-Szenarium für den Fall dargestellt, dass der Beitragssatz unverändert bleibt und der Staat für ein konstantes Rentenniveau sorgt. Die Haushalte haben in diesem Fall keinen Anlass, ihr Sparverhalten zu ändern. Die altersspezifische Sparquote zeigt den idealtypischen Verlauf nach der Lebenszyklushypothese (vgl. hierzu Punkt 3.3). Sie ist bei den Generationen in ihrer Erwerbsphase hoch und bei den Rentergenerationen stark negativ. Die gesamtwirtschaftliche Sparquote entspricht dem gewichteten Durchschnitt der alters- (Generationen-) spezifischen Sparquoten. Die Entwicklung der Sparquote wird im „Status Quo“ nur durch die demografische Entwicklung bestimmt, also dadurch wie viele Haushalte sich in der jeweiligen Generation befinden. Die Grafik zeigt somit den rein demografischen Effekt, wenn die Zahl der älteren Haushalte mit einer niedrigen bzw. sogar negativen Sparquote zunimmt.

Bis 2020 ist die gesamtwirtschaftliche Sparquote unserer „Modellwelt“ noch relativ konstant. In dieser Zeit befinden sich die Baby-Boomer noch in ihrer einkommens- und damit auch sparstärksten Phase. Danach folgt ein beschleunigter Rückgang, wenn die Baby-Boomer in Rente gehen und beginnen, ihre Ersparnisse zur Aufrechterhaltung ihres Konsumniveaus aufzulösen. Bis 2060/65 wird sich die Sparquote unseren Modell-Ergebnissen zufolge von 11% auf etwa 5% mehr als halbieren.

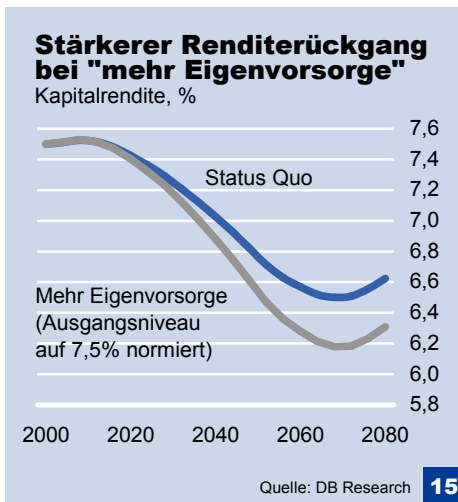
„Mehr Eigenvorsorge“: insgesamt rückläufige, aber höhere Sparquote als im „Status Quo“

Müssen die Haushalte aber – entsprechend unserem Szenarium „Mehr Eigenvorsorge“ – für die Sicherung ihres Versorgungsniveaus selbst aufkommen, geht die gesamtwirtschaftliche Sparquote zwar auch zurück, fällt aber jährlich um 1 bis 2%-Punkte höher aus als im „Status Quo“. Damit zeigt sich, dass die zusätzliche Ersparnis etwas weniger als der Hälfte des reinen demografischen Effekts ausmacht, und der demografische Effekt somit dominiert.

2.6 Rendite sinkt – Asset Meltdown unwahrscheinlich

Status Quo: Rendite sinkt um gut 100 Basispunkte

In unserem OLG-Modell, das auf einer geschlossenen Volkswirtschaft beruht, wird der Zinssatz durch die Grenzproduktivität des Kapitals bestimmt, also danach, welchen Beitrag eine zusätzliche Einheit Kapital zur Produktion leistet. Die Kapitalrendite fällt, wenn Arbeit knapper wird und Kapital entsprechend reichlicher vorhanden ist. Daher sinken in Ländern mit schrumpfender Bevölkerung tendenziell die Renditen. Unser OLG-Modell lässt bei der von uns unterstellten Bevölkerungsentwicklung im „Status Quo“-Szenarium auf einen Renditerückgang von gut 100 Basispunkten schließen. Dabei entspricht die Modell-Rendite aber nicht der Kapitalmarktrendite, sondern der Rendite des gesamten Kapitalstocks.



Rückgang um 135 Basispunkte bei „Mehr Eigenvorsorge“

Der Renditerückgang wird durch mehr Eigenvorsorge noch verstärkt. Bei einer konsequenten Fortsetzung der eingeschlagenen Rentenreform zu mehr privater kapitalgedeckter Eigenvorsorge sinkt die Sparquote weniger stark ab, Kapital ist daher im Vergleich zu Arbeit noch reichlicher vorhanden als im „Status Quo“. Entsprechend fällt der Renditerückgang um rund 35 Basispunkte stärker aus¹⁵. Da sich – wie beim BIP-Niveau – auch bei der Rendite im Szenarium „Mehr Eigenvorsorge“ ein im Vergleich zum „Status Quo“ unterschiedliches Ausgangsniveau ergibt, wurde, um den demografischen Effekt klarer zu zeigen, in der Graphik der Ausgangswert auf den Wert des „Status Quo“ von 7,5% normiert. Die Modell-Lösung liegt mit etwa 6,5% rund 1%-Punkt darunter. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die bei „Mehr Eigenvorsorge“ höhere Ersparnis zu einem höheren Kapitalstock und somit zu einem niedrigeren Zinssatz führt.

Internationale Diversifikation kann Renditerückgang dämpfen

Die beschriebenen Ergebnisse gelten unter der Prämisse einer geschlossenen Volkswirtschaft. Wird diese Annahme aufgegeben und freier Kapitalverkehr zugelassen, zeigt Börsch-Supan, dass der Rückgang der Kapitalrendite bei „Mehr Eigenvorsorge“ auf etwas weniger als 1%-Punkt beschränkt werden kann¹⁶, wenn die Diversifikation der Kapitalanlage innerhalb der OECD-Staaten erfolgt. Da aber auch hier Alterungsprozesse bestenfalls zeitlich verschoben auftreten, sind nach Börsch-Supan die Diversifikationseffekte am stärksten, wenn die Kapitalanlage in „jungen“ Volkswirtschaften mit hohen Renditen erfolgt. Somit besteht die Chance, dass der reformbedingte Rückgang der Kapitalrendite durch internationale Diversifikation zumindest kompensiert wird. Empirische Untersuchungen zeigen allerdings immer noch einen "home bias" der Anlageportfolios, also eine Tendenz zur Anlage im Inland¹⁷.

Asset Meltdown: Furcht unbegründet

Die „Asset Meltdown“-Hypothese geht davon aus, dass die geburtenstarken Jahrgänge der Baby-Boomer ab 2010/15 in Rente gehen und dann ihre Vermögenswerte veräußern, um damit einen Teil des Alterskonsums zu finanzieren, also ihre Vermögenswerte „verkonsumieren“. Weil es dann viele Verkäufer, aufgrund des demografischen Wandels aber weniger Käufer gibt – so die Vermutung – fällt der Preis von Aktien, Wertpapieren und Immobilien dramatisch. Der befürchtete Vermögenscrash würde die Eigenvorsorge drastisch schmälern. Die Ergebnisse unserer OLG-Simulationen liefern keinen Hinweis auf einen möglichen Asset Meltdown. Sie zeigen vielmehr einen langsamen, moderaten Rückgang der gesamtwirtschaftlichen Kapitalrendite. Allerdings werden hier die Grenzen des Mo-

¹⁵ Die OECD kommt in Simulationen mit einem OLG-Modell zu moderateren Renditeänderungen. Im „No-reform“-Szenarium beträgt der Renditerückgang bis 2050 lediglich etwa 30 Basispunkte, im „Pension Saving“-Szenarium, das in etwa unserem Szenarium „Mehr Eigenvorsorge“ entspricht, gut 100 Basispunkte. Zu beachten ist allerdings, dass dies von einem Renditeausgangsniveau von 4 ½% erfolgt. Vgl. Martins, J.O.; Gonand, F., Antolin, P., de la Maissonneuve, C., Yoo, K.-Y. (2005). The Impact of Ageing on Demand, Factor Markets and Growth. OECD Economic Department Working Papers Nr. 420. März 2005.

¹⁶ Börsch-Supan verwendet bei seinen Analysen ein Mehrländer OLG-Modell, das explizit auf Deutschland, Frankreich, Italien sowie jeweils einem Block für die restlichen EU-Länder, Nordamerika und den Rest der Welt basiert. Vgl. Börsch-Supan, A.; Ludwig, A.; Winter, J. (2004). Aging, pension reform, and capital flows: A multi-country simulation model. Discussion Paper Nr. 64, August 2004.

¹⁷ Vgl. French, K.R.; Poterba, J.M (1991): Investor diversification and international equity markets. In American Economic Review (81). 1991.

dells sichtbar. Sieht man von den Kapitalanpassungskosten ab¹⁸, wird der Zins in neoklassischen OLG-Ansätzen über die Produktivität und nicht über das Zusammenspiel von Angebot und Nachfrage von Kapital bestimmt. Einige Plausibilitätsüberlegungen lassen aber die Furcht vor einem Asset Meltdown als übertrieben erscheinen.

Auflösung von Vermögenswerten geht allmählich vorstatten

Da sich die Verrentung der Baby-Boomer über mehrere Dekaden hinziehen wird, verteilt sich ein möglicher Vermögensverlust ebenfalls über einen langen Zeitraum. Unsicher ist zudem, wie viele der Baby-Boomer ihre Vermögenswerte tatsächlich veräußern werden. Sie werden dies auch nicht auf einmal tun. Die Lebenszyklushypothese geht davon aus, dass Rentner ihre Ersparnisse im Alter nur allmählich aufbrauchen. Und selbst dies ist derzeit noch nicht der Fall. Bislang sparen die deutschen Haushalte auch im Alter noch weiter und bilden Vermögen – wenn auch nicht mehr so stark wie in der Mitte ihres Lebens (vgl. hierzu Punkt 3.3). Zudem wird ein Vermögenscrash bei internationaler Diversifikation der Anlageportfolios immer unwahrscheinlicher, da sich mögliche Veräußerungen von Kapitalanlagen auf viele Länder mit unterschiedlichen demografischen Entwicklungen verteilen.

2.7 Ergebnisse mit Vorsicht zu interpretieren

Die vorgestellten Ergebnisse unserer OLG-Simulationen klingen plausibel und liegen in Größenordnungen, die auch schon in Partialanalysen ermittelt worden sind. Dennoch sollten sie mit Vorsicht interpretiert werden, da sie auf zum Teil sehr restriktiven Annahmen beruhen. Die wichtigsten, die die Aussagekraft der Ergebnisse einschränken könnten, sind:

- Es handelt sich um eine geschlossene Volkswirtschaft.
- Die privaten Haushalte besitzen vollkommene Voraussicht. Sie maximieren ihren Konsum über ihre gesamte Lebenszeit und können schon am Anfang ihres Lebens ihren optimalen Konsum-/Sparplan festlegen.
- Die Zeitpräferenzen der Haushalte und ihre Risikoaversion sind im gesamten Untersuchungszeitraum konstant.
- Die Erwerbspersonenquote ist konstant und gleich 1, d.h. in unserem Modell „arbeiten“ alle Haushalte, die sich in ihrer Erwerbsphase befinden.
- Die Löhne sind vollkommen flexibel.
- Der Arbeitsmarkt ist geräumt, d.h. Arbeitslosigkeit existiert nicht.
- Vererbung findet nicht statt.
- Die Unternehmen produzieren entsprechend einer Cobb-Douglas-Produktionsfunktion.
- Es wird nur ein Gut produziert, das sowohl konsumiert als auch investiert werden kann.
- Der Staat ist lediglich Träger der Alterssicherung.

Zudem ist die Bevölkerungsentwicklung – die zentrale Variable – auf die für die Lösung eines OLG-Modells notwendige lange Sicht mit erheblichen Unsicherheiten behaftet. Dies gilt beispielsweise für die Annahme, dass die Geburtenrate sich wieder dem Reproduktionsniveau annähert, was die Lösung eines OLG-Modells erleichtert.

¹⁸ Zur Wirkung von Kapitalanpassungskosten vgl. Abel, A. B. (2002). The effects of a baby boom on stock prices and capital accumulation in the presence of social security. Juli 2002.

Bleibt die Geburtenrate aber darunter, schrumpft die Bevölkerung ungebremst weiter. Zwar ist nach der neoklassischen Theorie auch bei kontinuierlich sinkender Bevölkerungszahl ein neues Gleichgewicht (Steady State) möglich. Die Stabilität des Systems und damit das Erreichen eines neuen Gleichgewichts ist in diesem Fall jedoch nicht immer gewährleistet.

3. Überlappende Generationenmodelle: der Versuch einer einfachen Erklärung

Überlappende Generationenmodelle sind sehr komplex. Daher werden im Folgenden die ihnen zugrunde liegende Theorie dargestellt, die Konstruktion und Funktionsweise beschrieben sowie ihre Schwachstellen aufgezeigt. Um den Leser nicht abzuschrecken, wird dabei auf die mathematische Formulierung unseres OLG-Modells verzichtet und versucht, die äußerst komplexen Sachverhalte beispielhaft zu erklären¹⁹.

3.1. Warum OLGs?

Warum werden aktuell verstärkt OLG-Modelle benutzt, die im Gegensatz zu den üblichen Prognosemodellen, beispielsweise auf Basis von Regressionen, selbst für Ökonometrieerfahrene schwer zu verstehen sind und deren Lösung nur noch durch aufwendige iterative Prozesse mittels Computer und spezieller Software bewerkstelligt werden kann? Vor allem zwei Faktoren sprechen dafür.

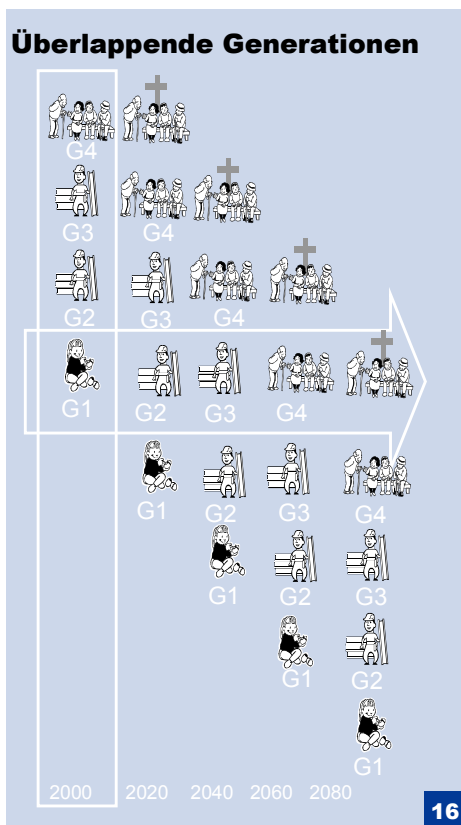
OLG-Modelle berücksichtigen explizit die demografische Entwicklung...

Zum einen können mittels der OLG-Modelle demografische Entwicklungen explizit berücksichtigt werden. Sie sind damit sozusagen die „natürlichsten“ Modelle zur Abbildung des demografischen Wandels. Denn wie der Name schon sagt, ist die Grundidee der OLG-Modelle, dass zu jedem Zeitpunkt gleichzeitig mehrere Generationen leben, die unterschiedliche alterspezifische Konsum- und Sparverhalten haben. In jeder betrachteten Periode werden die Generationen älter, eine neue Generation wird geboren und die jeweils älteste stirbt. Damit überlappen sich die Generationen wie in nebenstehendem Schaubild beispielhaft dargestellt. Demografische Schrumpfungs- und Alterungsprozesse lassen sich damit realitätsnah abbilden.

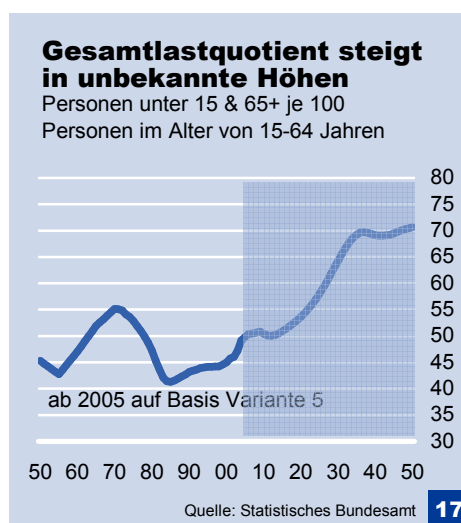
... sowie Verhaltensänderungen...

Zum anderen stehen Verhaltensänderungen und Interaktionen der einzelnen Generationen bei OLG-Modellen im Mittelpunkt. Die demografische Entwicklung, die uns in den kommenden Dekaden bevorsteht, ist historisch einzigartig. Zwar hat es auch schon in der Vergangenheit Alterungsprozesse gegeben. Die ökonomischen Belastungen daraus hielten sich aber in engen Grenzen. Ein Maß dafür ist der so genannte Gesamtlastquotient. Er beschreibt, wie viele „Junge“ und „Alte“ von den Erwerbsfähigen versorgt werden müssen und ist die Relation der Personen unter 15 und über 65 Jahre je 100 Personen im erwerbsfähigen Alter von 15 bis 64 Jahren. Der Gesamtlastquotient lag im vergangenen Jahr nicht viel höher als 1950. Dagegen wird er sich bis 2050 nach der mittleren Bevölkerungsvariante des Statistischen Bundesamtes von knapp 50 auf über 70 erhöhen. Die zur Abmilderung dieser demografischen Herausforderungen notwendigen Reformen werden sicherlich zu spürbaren Änderungen im Verhalten der Wirtschaftssubjekte führen.

Hierfür ein Beispiel: Die Alterung der Gesellschaft führt dazu, dass bei einem umlagefinanzierten staatlichen Rentensystem das Rentenniveau bei konstantem Beitragssatz sinken bzw. der Beitragssatz



16



17

¹⁹ Die wichtigsten Gleichungen der mathematischen Formulierung unseres OLG-Modells finden sich im Anhang.

steigen muss, um das aktuelle Rentenniveau zu sichern. Sinkt aber das staatliche Versorgungsniveau, werden die Haushalte versuchen, dies durch verstärkte Eigenvorsorge auszugleichen und vermehrt sparen. Daher könnten sich mit der üblichen Prognosetechnik, die auf Basis historischer Erfahrungen in die Zukunft schließt, erhebliche Fehlprognosen ergeben. Denn Regressionsmodellen liegt ja gerade die Annahme der Strukturkonstanz zugrunde, die angesichts der demografischen Entwicklung in Frage gestellt werden muss.

... und Interaktionen

Das Verhalten der Wirtschaftssubjekte ist in einem OLG-Modell mikroökonomisch fundiert. Jede Generation wird durch ein Wirtschaftssubjekt repräsentiert, das nach dem Lebenszyklusmodell ein spezifisches altersabhängiges Konsum- und Sparverhalten hat und seinen Nutzen über die gesamte Lebenszeit maximiert. Somit führen demografische Veränderungen innerhalb des Modells zu Änderungen des Konsum- und Sparverhaltens einzelner Generationen. Diese Änderungen beeinflussen aber nicht nur das Verhalten der gegenwärtig lebenden Generationen, sondern auch das Handeln der nachfolgenden Generationen. Ebenso antizipieren die heutigen Generationen die Entscheidungen künftiger Generationen, so dass deren Entscheidungen auch Auswirkungen auf das Handeln der heutigen Generationen haben.

Erste OLG-Ansätze in 1958

OLG-Modelle haben eine lange Tradition. Sie gehen auf einen Vorschlag von Samuelson²⁰ im Jahr 1958 zurück, der 1965 von Diamond²¹ aufgegriffen und erweitert und von Auerbach und Kotlikoff²² 1987 verfeinert wurde. In ihrer ursprünglichen Ausprägung stand allerdings der demografische Wandel noch nicht im Mittelpunkt. Das Hauptinteresse von Auerbach und Kotlikoff lag auf der dynamischen Analyse der Auswirkungen verschiedener Politikmaßnahmen. Seither wurden OLG-Ansätze zur Simulation demografischer Prozesse und möglicher Politikmaßnahmen zur Abmilderung ihrer Auswirkungen weiterentwickelt und intensiv genutzt. Ein jüngeres Beispiel hierfür ist das am Mannheimer Research Institute for the Economics of Aging (MEA) entwickelte OLG-Modell²³.

3.2 Das DB Research OLG-Modell – 3 Sektoren, 18 Generationen und 2 Lebensphasen

Unser OLG-Modell konzentriert sich aus Vereinfachungsgründen auf eine geschlossene Volkswirtschaft und umfasst die drei Sektoren private Haushalte, Unternehmen und Staat.

Staat lediglich Träger der Alterssicherung

Um die demografischen Auswirkungen auf das Rentensystem und damit auf die öffentlichen Finanzen isoliert zu betrachten, wird der Staat in unserem Modell auf seine Funktion als Träger der Alterssicherung reduziert. Dies impliziert, dass sich die sonstigen Einnahmen und Ausgaben des Staates stets ausgleichen. Eine Politikvari-

²⁰ Vgl. Samuelson, P.A. (1958). An exact consumption-loan model of interest with or without social contrivance of money. In *Journal of Political Economy*, 66.

²¹ Vgl. Diamond, P.A. (1965). National debt in a neoclassical growth model. In *American Economic Review*, 55.

²² Vgl. Auerbach, A.J.; Kotlikoff, L.J. (1987). *Dynamic Fiscal Policy*.

²³ Vgl. Börsch-Supan, A.; Ludwig, A.; Winter, J. (2003/2004). Aging, pension reform, and capital flows: A multi-country simulation model. Discussion Paper Nr. 28, April 2003 und Aktualisierung als Discussion Paper Nr. 64, August 2004.

able unseres Modells ist das Nettorentenniveau, das derzeit für den so genannten Eckrentner²⁴ rund 70% beträgt. Durch die Annahme eines ausgeglichenen Budgets ergibt sich daraus unmittelbar der zur Finanzierung der staatlichen Rente notwendige Beitrags- (Steuer)satz. Umgekehrt kann natürlich auch untersucht werden, welches Nettorentenniveau mit einem konstanten Beitragssatz erzielt werden kann. Erfolgt die Anpassung an die demografischen Veränderungen nicht über das Nettorentenniveau und/oder den Beitragssatz, erwirtschaftet der Staat permanente Defizite. Daraus können Aussagen über die Nachhaltigkeit der öffentlichen Finanzen abgeleitet werden.

Unternehmen produzieren gemäß einer neoklassischen Produktionsfunktion

Der Unternehmenssektor ist durch ein repräsentatives Unternehmen mit einer neoklassischen Produktionsfunktion des Cobb-Douglas-Typs charakterisiert, die den Output als Funktion der eingesetzten Produktionsfaktoren Arbeit und Kapital sowie des technischen Fortschritts beschreibt. Der Kapitalstock (= Ersparnisse aller Generationen), der mit einer konstanten jährlichen Rate abgeschrieben wird, sowie das angebotene Arbeitsvolumen, das sich durch die Anzahl der zu einem Zeitpunkt lebenden Personen ergibt, bilden die Faktorausstattung, mit der die Unternehmen produzieren. Somit bestimmen das Arbeitsangebot und das mikroökonomisch begründete Konsum- und Sparverhalten den makroökonomischen Output. Produziert wird ein homogenes Gut, das sowohl konsumiert als auch gespart (investiert) werden kann. Die verwendete neoklassische Produktionsfunktion eines Cobb-Douglas-Typs lässt sich aufgrund ihrer besonderen Eigenschaften einfach modellieren. Sie basiert auf den Annahmen vollständiger Konkurrenz auf den Faktormärkten und konstanter Skalenerträge in der Produktion. Vollständige Konkurrenz bedeutet, dass die beiden Einsatzfaktoren Arbeit und Kapital nach ihrem Grenzprodukt, d.h. nach dem Beitrag einer zusätzlichen Einheit zur Produktion, entlohnt werden.

Wird unterstellt, dass die Unternehmen erwarten, dass sie all das verkaufen, was sie bei den herrschenden Preisen produzieren, dass Löhne und Preise vollkommen flexibel sind, und dass es weder für die Arbeiter Kosten gibt, eine neue Stelle zu finden, noch für die Unternehmen, wenn sie die Beschäftigung erhöhen oder reduzieren wollen, handeln die Unternehmen nach folgendem Muster. Liegt der Reallohn unter dem Grenzprodukt der Arbeit, lohnt es sich für die Unternehmen, zusätzlich Arbeit nachzufragen, da sie damit mehr produzieren und Erlösen können, als die zusätzliche Arbeit kostet. Sie werden also solange Arbeit nachfragen, bis dieser Gewinn abgeschöpft ist. Der Arbeitsmarkt ist somit immer im Gleichgewicht. Die Annahme konstanter Skalenerträge führt bei einer totalen Faktorvariation zu einem proportionalen Produktionsanstieg, d.h. bei einer Erhöhung der Einsatzmenge von Arbeit und Kapital um jeweils 10% steigt auch der Output um 10%. Damit ist die Summe der Faktoreinkommen aus Arbeit und Kapital gleich dem Volkseinkommen.

Haushalte durch Generationenstruktur abgebildet: Erwerbstätige & Rentner

In unserem Modell „leben“ zur gleichen Zeit 18 Generationen. Diese unterscheiden sich in zwei Haushaltstypen: Erwerbstätige (11 Gene-

Cobb-Douglas Produktionsfunktion

$$Y_t = A K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$$

Y_t = Output

A = Technischer Fortschritt

K_t = Kapitalstock

L_t = Arbeitsangebot

α = Anteil Kapitaleinkommen am Volkseinkommen

jeweils zum Zeitpunkt t

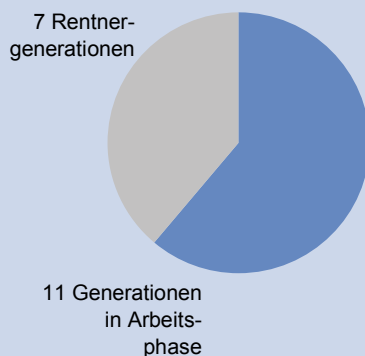
Beispiel:

Bei einem Niveau des technischen Fortschritts von 2, einem Anteil des Kapitaleinkommens am Volkseinkommen von 30%, einem Kapitalstock von 500 Einheiten und 100 Arbeitskräften kann ein Output von 324 Einheiten erzeugt werden

18

²⁴ Der so genannte Eckrentner hat ein Bruttojahreseinkommen, das dem Durchschnitt aller gesetzlich Rentenversicherten entspricht und leistet 45 Jahre lang Beiträge zur GRV.

Der Haushaltssektor: insgesamt 18 Generationen



Jede Generation umfasst 4 Jahrgänge
 Eintritt Arbeitsphase mit: 18 Jahren
 Eintritt Rentenphase mit: 62 Jahren
 Lebenszeit jeder Generation: 90 Jahre
 Rentnerquotient: 0,64

19

rationen) und Rentner (7 Generationen). Dabei wird jede Generation durch ein repräsentatives Individuum charakterisiert und umfasst 4 Geburtsjahrgänge.

Damit kommt unsere Modellwelt der Realität ziemlich nahe: Übertragen in die Realität würde in unserem OLG-Modell ein Haushalt mit 18 Jahren in das Arbeitsleben eintreten, mit 62 Jahren in Rente gehen und durchschnittlich 90 Jahre alt werden. Die Generationen, die jünger als 18 Jahre sind, werden nicht explizit modelliert. Das Verhältnis von Rentnern zu Erwerbstätigen beträgt im Ausgangszustand unseres Modells 0,64, was in etwa dem tatsächlichen Wert entspricht (2003: 19,5 Mio. Rentner bei rund 30 Mio. Beitragszahlern). Da die Rentenzahlungen in Deutschland neben den Beiträgen zu rund einem Viertel durch Bundeszuschüsse finanziert werden, die in unserem Modell nicht enthalten sind, reicht natürlich der aktuelle Beitragssatz von 19,5% nicht aus, unseren „OLG-Rentnern“ ein Nettorentenniveau wie in der Wirklichkeit von etwa 70% zu sichern. Dazu ist in unserem Modell ein Beitragssatz von über 26% notwendig, der sich auch in der Realität ergeben würde, wenn der Bundeszuschuss wegfiel. Die in unserem Modell betrachteten Haushalte im erwerbstätigen Alter sind aus Vereinfachungsgründen alle beschäftigt. Die Erwerbsquote, also der Anteil der erwerbstätigen Personen an der Gesamtheit der Personen im erwerbsfähigen Alter, ist somit 1.²⁵

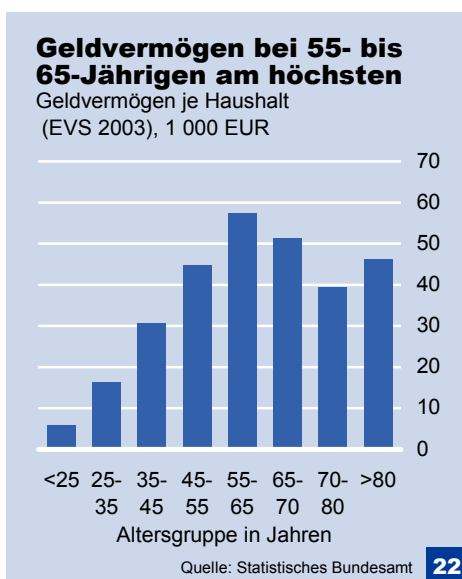
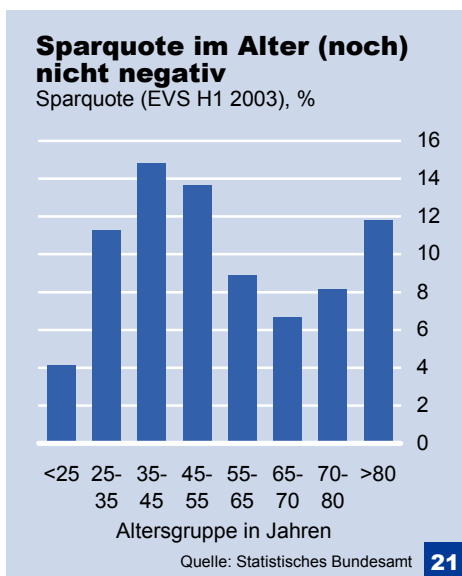
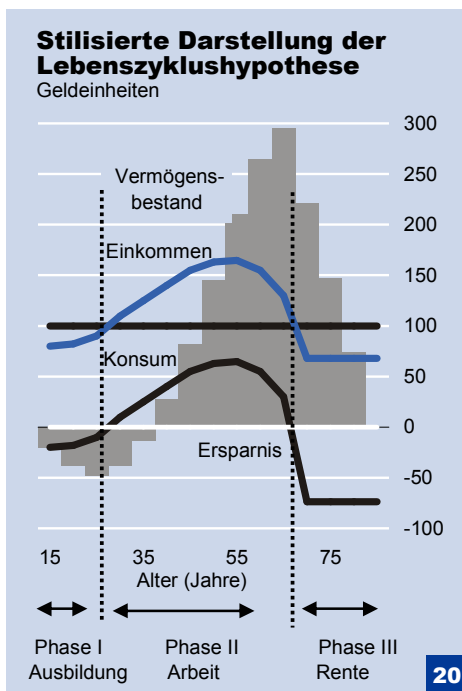
Die ökonomische Aktivität der Haushalte gliedert sich in zwei Lebensphasen, die Erwerbs- und die Rentenphase. Während der Erwerbsphase stellen die Haushalte den Unternehmen ihre Arbeitskraft zur Verfügung, erhalten dafür Einkommen und zahlen Steuern. Ihr Nettoeinkommen verwenden sie für Konsum und Ersparnis. In der Rentenphase erhalten die Haushalte eine staatliche Rente und zehren ihre Ersparnisse für Konsumzwecke auf. Auf die Modellierung von Vererbung haben wir aus Vereinfachungsgründen verzichtet.

3.3 Die Lebenszyklushypothese – intertemporale Nutzenmaximierung

Die Konsum- und Sparentscheidungen treffen die privaten Haushalte nach der Lebenszyklushypothese, die von Ando und Modigliani²⁶ Anfang der 60er Jahre entwickelt wurde. Danach lässt sich der Lebensverlauf grob in drei Phasen einteilen: Die Ausbildungsphase am Anfang, die Arbeitsphase in der Mitte und die Ruhestands- oder Rentenphase. In der ersten und letzten Phase ist das Einkommen im Vergleich zur Arbeitsphase niedriger. Wollen nun die Haushalte ihren Nutzen aus dem Konsum über ihre gesamte Lebenszeit maximieren, werden sie ein gleichmäßiges Konsumniveau über die Zeit anstreben.

²⁵ In der Realität sind nicht alle erwerbsfähigen Personen auch erwerbstätig. 2004 waren nach Angaben des Statistischen Bundesamtes gut 73% der Personen im Alter von 15 bis 65 Jahren erwerbstätig, wobei die Erwerbsquote bei Männern etwa 80% und bei Frauen rund 65% betrug.

²⁶ Vgl. Ando, A.; Modigliani, F. (1963). The life-cycle hypothesis of saving: Aggregate implications and tests. In American Economic Review, 89, 1963.



Haushalte glätten Konsum durch Variation der Ersparnis

Um dies zu erreichen nehmen die Haushalte in ihrer Ausbildungsphase Kredite auf und verschulden sich, in ihrer Arbeitsphase tilgen sie zunächst Schulden und bauen anschließend Vermögen auf, das sie in ihrer Ruhestandsphase dann neben ihrer Rente zu Konsumzwecken verwenden. Dies ist in nebenstehendem Schaubild schematisch dargestellt. Die Lebenszyklushypothese basiert folglich auf der Annahme, dass Haushalte ihren Nutzen bzw. Konsum über einen langen Planungshorizont (intertemporal) maximieren und vorausschauend handeln²⁷. Demzufolge ist der Haushalt am Anfang seiner ökonomischen Aktivität in der Lage, einen nutzenmaximierenden Konsum- bzw. Sparplan zu finden, bei dem der Nutzengewinn durch Konsumsteigerung in der Ausbildungsphase sowie im Alter genau dem Nutzenverlust durch Konsumverzicht und Ersparnisbildung während der Arbeitsphase entspricht. In unserem Modell gehen wir davon aus, dass die Finanzierung der Ausbildung durch die Elterngeneration erfolgt. Es umfasst – wie schon beschrieben – folglich nur die aktive Erwerbsphase der Generationen sowie die Zeit des Ruhestandes.

Lebenszyklushypothese empirisch für Deutschland (noch) nicht nachweisbar

So einleuchtend die Lebenszyklushypothese auch klingen mag. Empirisch lässt sie sich für Deutschland (und auch für andere Länder wie beispielsweise Frankreich und Italien) allerdings (noch) nicht nachweisen. Nach der Lebenszyklushypothese müsste die Sparquote junger und älterer Individuen negativ und in der Mitte der aktiven Lebensphase am höchsten sein. Die Ergebnisse der Einkommens- und Verbrauchstichprobe 2003²⁸ bestätigen zwar letztere Behauptung. So weisen 35- bis 45-Jährige mit 14,8% die höchste Sparquote auf. Unter 25-Jährige²⁹ und über 65-Jährige entsparen aber nicht, sondern haben eine positive Sparquote, die für über 80-Jährige sogar noch ansteigt. Zwar müssten zum Nachweis der Modiglianischen Lebenszyklushypothese korrekterweise die in einem Längsschnitt ermittelten Sparquoten der einzelnen Geburtsjahrgänge verwendet werden, um Alters- und Jahrgangseffekte nicht zu vermen-gen. Börsch-Supan weist allerdings nach, dass die altersspezifische Sparquote der Geburtsjahrgänge 1909 bis 1964 keinen wesentlich anderen Verlauf aufweist. In einer Befragung der Sparmotive stellt er fest, dass gut 40% der deutschen Haushalte „regelmäßig einen festen Betrag ansparen“, während nur etwas mehr als 23% der Haushalte dann sparen, wenn das Einkommen hoch oder die Konsumausgaben niedrig sind³⁰. Börsch-Supan folgert daraus, dass die Ersparnis eine permanente Komponente besitzt³¹. Allerdings dürfte es hier schwer sein, Kohorten- und Zeiteffekte zu unterscheiden.

Auch die Finanzvermögen der privaten Haushalte zeigen nach den Daten der Einkommens- und Verbrauchstichprobe kein für die Lebenszyklushypothese charakteristisches Bild. Sie erreichen zwar bei

²⁷ Vgl. Kappler, M. (2002). Konsum: Die Lebenszyklus-Hypothese. In ZEW Konjunkturreport Nr. 1, 2002.

²⁸ Vgl. Statistisches Bundesamt, Wirtschaftsrechnungen, Einkommens- und Verbrauchstichprobe – Ausgewählte Ergebnisse zu den Einkommen und Ausgaben privater Haushalte, 1. Halbjahr 2003, September 2004.

²⁹ Das Statistische Bundesamt erfasst bei den unter 25-Jährigen allerdings nur Personen, die über ein eigenes Einkommen verfügen.

³⁰ Vgl. Börsch-Supan, L. (2002). Sparen in Deutschland, Ergebnisse der ersten SAVE-Studie. 2002.

³¹ Vgl. Börsch-Supan, A. (2005). Risiken im Lebenszyklus, Theorie und Evidenz. Januar 2005.

55- bis 65-Jährigen ihren Höchststand, gehen dann aber mit zunehmendem Alter nur leicht zurück und steigen bei über 80-Jährigen sogar wieder an. Damit widerspricht die Empirie auch hier der Lebenszyklushypothese. Zur ihrer Ehrenrettung sei aber angemerkt, dass dies möglicherweise auf Vererbungsmotive zurückzuführen ist. So könnte Vererbung und damit die Absicherung der nachfolgenden Generation durchaus einen „Nutzen“ für den Hinterlasser stiften.

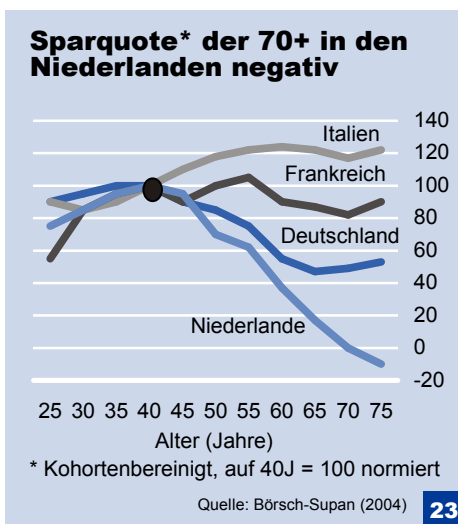
Entsparen im Alter war bislang noch nicht erforderlich

Bei der Betrachtung der altersspezifischen Sparquote muss berücksichtigt werden, dass das Nettorentenniveau aus der staatlichen Rentenversicherung in Deutschland mit rund 70%³² sehr hoch ist. Dies zeigt den umfassenden Versorgungsanspruch des deutschen Sozialstaats. Ein Rentner war damit bislang gut abgesichert, so dass Rückgriffe auf privates Finanzvermögen nicht notwendig waren. Dies wird sich aber in Zukunft wohl ändern. So sinkt das Nettorentenniveau aus der gesetzlichen Rentenversicherung demografisch bedingt bis 2035 auf unter 50%, wenn es bei der gesetzlich vorgegebenen Begrenzung des Beitragssatzes auf maximal 22% bleibt und das Renteneintrittsalter nicht angehoben wird³³. Eine verstärkte Eigenvorsorge und ein Entsparen im Alter werden somit zur Schließung der Rentenlücke künftig notwendig.

Dass hohe Ersatzquoten, also das Verhältnis von staatlicher Rente zum früheren Einkommen, der wohl wichtigste Grund dafür sind, dass die altersabhängigen Sparprofile merklich flacher verlaufen, als es die Lebenszyklushypothese erwarten lässt, zeigt sich am Beispiel der Niederlande. Dort ist die öffentliche Ersatzquote mit 50% wesentlich niedriger ist als in Deutschland (70%), Frankreich (80%) und Italien (90%). Entsprechend weisen die altersspezifischen Sparquoten einen nahezu typischen Lebenszyklusverlauf auf³⁴. So ist die Sparquote der über 70-Jährigen in den Niederlanden negativ. Vor diesem Hintergrund ist die Verwendung eines Modells, das auf der Lebenszyklushypothese basiert, für die Simulation künftiger Entwicklungen, die sich überdies noch auf einen langen Zeitraum von 5 Dekaden bezieht, durchaus zu rechtfertigen.

3.4 Individuen haben eine Zeitpräferenz

Wird davon ausgegangen, dass ein Haushalt keine Präferenzen hinsichtlich der zeitlichen Verteilung seines Konsums hat, bedeutet dies, dass ihm der Konsum der gleichen Menge an Gütern in jeder Periode den gleichen Nutzen stiftet, unabhängig davon, ob der Konsum heute oder erst später erfolgt. Entsprechend wäre der Nutzen für ein Individuum bei einer gleichmäßigen Verteilung über die Zeit maximal. In der Regel wird jedoch unterstellt, dass ein Gut lieber in der Gegenwart als in der Zukunft konsumiert wird, dass also der Konsum umso höher bewertet wird, je zeitnäher er erfolgt. Dies ist eine grundlegende Annahme der neoklassischen Wirtschaftstheorie. Die zeitliche Präferenz wird dabei durch die individuelle Zeitpräferenzrate bestimmt. Sie gibt an, mit welcher Rate die Gütermenge anwachsen muss, so dass der Haushalt indifferent ist, sie in der Gegenwart oder in einer bestimmten Periode in der Zukunft zu kon-



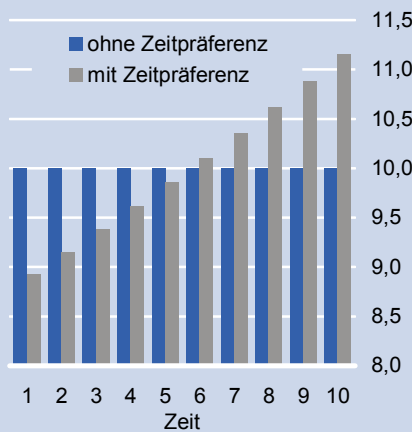
23

³² Rentenniveau des so genannten Eckrentners.

³³ Vgl. Bräuninger, D.; Gräf, B. (2005). Spürbare Rentenlücken trotz Reformen. Deutsche Bank Research. Aktuelle Themen/Demografie Spezial Nr. 312, 12. Januar 2005. Frankfurt am Main.

³⁴ Vgl. Börsch-Supan, A. (2000). Global Aging: Issues, Answers, More Questions. MEA Working Paper Nr. 55, Juli 2004 sowie Börsch-Supan, A.; Reil-Held, A.; Rodepeter, R.; Schnabel, R.; Winter, J. (2000). The German Savings Puzzle. September 2000.

Optimaler Konsumplan mit/ohne Zeitpräferenz



Annahmen: Lebenskonsum beträgt in beiden Fällen 100 Einheiten, Zeitpräferenzrate 2,5

24

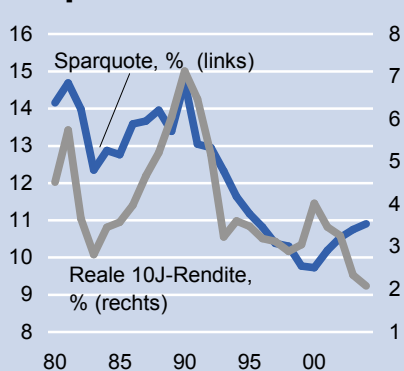
sumieren. Der Konsum steigt somit bei einer positiven Zeitpräferenzrate im Zeitverlauf an. Der daraus resultierende Nutzen ist aber in allen Perioden gleich. Rein rechnerisch kann der Konsum in den künftigen Perioden durch eine einfache Aufzinsung des Gegenwartskonsums oder Abzinsung (Barwertermittlung) des künftigen Konsums auf die Gegenwart mittels der Zinseszinsformel bestimmt werden, wobei anstatt des Zinssatzes die individuelle Zeitpräferenzrate eingesetzt wird³⁵.

In nebenstehendem Chart ist der optimale Konsumplan mit und ohne Zeitpräferenz dargestellt. Dabei liegt dem Beispiel die Annahme zugrunde, dass der Haushalt 10 Jahre konsumiert und sich einen Lebenskonsum von 100 Einheiten leisten kann. Ohne Zeitpräferenz würde der Haushalt seinen Konsum in 10 gleiche Einheiten aufteilen. Der optimale Konsumplan eines Haushaltes mit einer positiven Zeitpräferenz sieht dagegen anders aus, wenn der Haushalt den Nutzen über die gesamte Lebenszeit stabilisieren will. Ein solcher Haushalt zieht heutigen Konsum dem in der Zukunft vor. Bei einer Zeitpräferenzrate von 2,5 wäre er nur dann bereit, Konsum vom ersten in das zweite Jahr zu verschieben, wenn er dann 2,5% mehr konsumieren kann. Im dritten Jahr wären es dann etwas mehr als 5% und im 10. Jahr fast 25%. Sein optimaler Konsumplan würde damit im ersten Jahr einen Konsum von knapp 9 Einheiten erlauben, im 10. Jahr wären es dann gut 11 Einheiten.

Zeitpräferenz durch Empirie nicht widerlegt

Das theoretische Konstrukt der Zeitpräferenz, für das auch rein intuitiv einiges spricht, scheint durch die Empirie bestätigt zu werden. Direkt messbar ist die Zeitpräferenz nicht. Sie kann allerdings durch den Realzinssatz abgeschätzt werden³⁶. Da jedoch bei sinkenden Realzinsen der Anreiz, Konsum in die Zukunft zu verschieben, geringer wird bzw. aufgrund der niedrigeren Kosten der Anreiz steigt, kreditfinanzierten Konsum vorzuziehen, müsste bei Vorliegen einer positiven Zeitpräferenz die Sparquote in solchen Phasen entsprechend zurückgehen. Die nebenstehende Graphik zeigt diesen Zusammenhang zwar nicht für jedes Jahr erfüllt, was auch überraschen würde, da die Sparquote (gerade am aktuellen Rand) auch von vielen anderen Faktoren, wie beispielsweise Erwartungen über die künftige Beschäftigungssituation und die Einkommens- und Vermögensentwicklung, bestimmt wird. Tendenziell scheint die Entwicklung seit 1980 allerdings das Vorliegen einer Zeitpräferenz zu bestätigen, auch wenn bei der Sparquote Kohorteneffekte zu berücksichtigen sind.

Konsumenten haben Zeitpräferenz



Quellen: Deutsche Bundesbank, DB Research

25

³⁵ Die Zinseszinsformel lautet: $K_n = K_0 \cdot (1+i)^n$, mit K_n = Kapital nach n Jahren, K_0 = Anfangskapital, i = Zinssatz in %, n = Anzahl der Jahre. Durch Umstellung ergibt sich: $K_0 = K_n / (1+i)^n$. Übertragen auf die Zeitpräferenz entspricht K_0 bzw. K_n dem Konsum am Anfang bzw. in Periode n, i wäre dann die Zeitpräferenzrate.

³⁶ Theoretisch kann in einem einfachen Zwei-Perioden-Modell gezeigt werden, dass bei der optimalen Zeitstruktur des Konsums die Zeitpräferenzrate mit dem Zinssatz übereinstimmt. Allerdings ist nicht auszuschließen, dass es auch ungeduldige Haushalte gibt (ihre Zeitpräferenzrate übersteigt den Marktzins), die zunächst viel konsumieren, während geduldige Haushalte (ihre Zeitpräferenzrate liegt unter dem Marktzins) zunächst mehr sparen, so dass die Zeitpräferenzrate vom Marktzinssatz abweichen kann. In unserem Modell haben wir diese Möglichkeit zwar zugelassen, gleichzeitig aber durch die Einbeziehung der intertemporalen Risikoaversion, die angibt, wie die Haushalte auf Abweichungen zwischen Zeitpräferenzrate und Marktzins reagieren, eingeschränkt (vgl. hierzu die Konsumgleichung 3.0 im Teil 4 (Modellkonstruktion) dieser Arbeit).

3.5 Vollkommene Voraussicht – wer hat die schon?

In unserem Modell haben die Haushalte vollkommene Voraussicht. Sie kennen ihren künftigen Einkommensstrom und können daher zu Beginn ihres Arbeitslebens ihren optimalen Konsum-/Sparplan festlegen. Diese Annahme vereinfacht zwar die Lösung des Nutzenmaximierungsproblems. Sie ist allerdings sehr restriktiv. Individuen leben unter vielfältigen Unsicherheiten. Diese sind im biometrischen, ökonomischen, familiären und politischen Umfeld angesiedelt³⁷. Biometrische Unsicherheiten liegen beispielsweise darin, erwerbsunfähig zu werden und im Langlebigkeitsrisiko, also im Risiko, länger zu leben als die angesammelten Ressourcen ausreichen. Ökonomische Risiken betreffen insbesondere die Möglichkeit, arbeitslos zu werden. Zudem können Finanzvermögen und auch das Humankapital an Wert verlieren. Politische Risiken liegen u.a. in Gesetzesänderungen, die früher erworbene Ansprüche in Frage stellen, und familiäre Risiken bestehen in Trennung, Scheidung und Kinderlosigkeit.

Angesichts dieser Unsicherheiten ist es auf den ersten Blick wenig einsichtig, dass ein Individuum schon zu Beginn seines Arbeitslebens seinen künftigen Einkommensstrom vollständig kennt und auch seinen exakten Todeszeitpunkt weiß, um diesen in seiner Planung zu berücksichtigen. Um letzteres Problem in den Griff zu bekommen, werden in aufwendigeren OLG-Modellen Sterbewahrscheinlichkeiten berücksichtigt³⁸. Darauf haben wir, um das Modell einfach und übersichtlich zu halten, allerdings verzichtet.

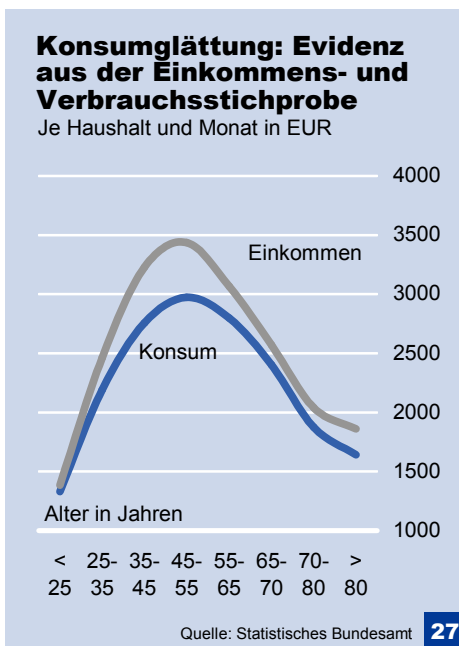
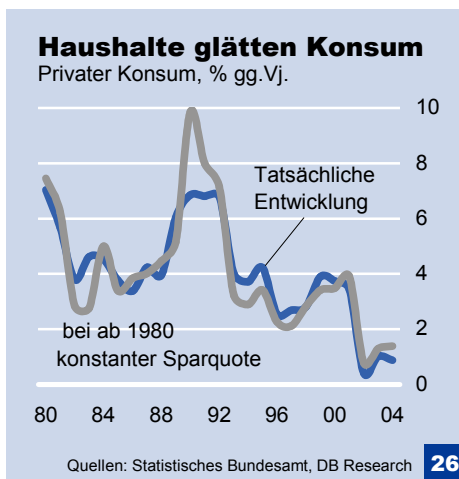
Konsumglättung zumindest ansatzweise nachweisbar

Hätten die Haushalte vollkommene Voraussicht, würden sie ihren Konsum im Zeitverlauf glätten. Die Empirie zeigt zwar keinen „glatten“ Konsum. Es zeigt sich aber, dass Haushalte ihren Konsum nicht nur am aktuellen verfügbaren Einkommen ausrichten, sondern auf Schwankungen der Einkommen mit einer Variation ihrer Ersparnisbildung reagieren, was für die permanente Einkommenshypothese spricht. Bei unveränderter Sparquote wären die einkommensbedingten Ausschläge beim privaten Konsum teilweise merklich größer gewesen als sie tatsächlich waren. So haben die Haushalte in Zeiten schwächerer Einkommensentwicklung ihre Ersparnis zugunsten von Konsum zurückgefahren, was vor allem 1982/83 und von 1992 bis 2000 der Fall war. Bei einer über den Erwartungen liegenden Einkommensentwicklung (beispielsweise in 1991/92) wurde entsprechend stärker gespart.

Die Daten der Einkommens- und Verbrauchsstichprobe zeigen zwar ein ausgeprägtes altersspezifisches Konsummuster. So steigt der Konsum zunächst mit dem Alter an und hat bei den 45- bis 55-Jährigen sein Maximum. Die Entwicklung des Konsums verläuft aber wesentlich „glatter“ als die der Einkommen. Die Annahme einer gewissen Voraussicht scheint folglich nicht ganz so abwegig zu sein, wie es auf den ersten Blick aussieht.

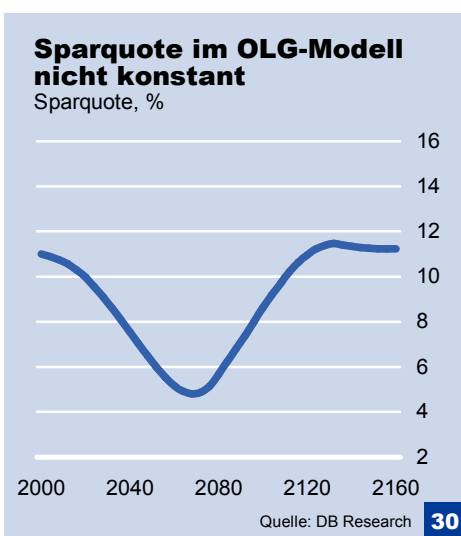
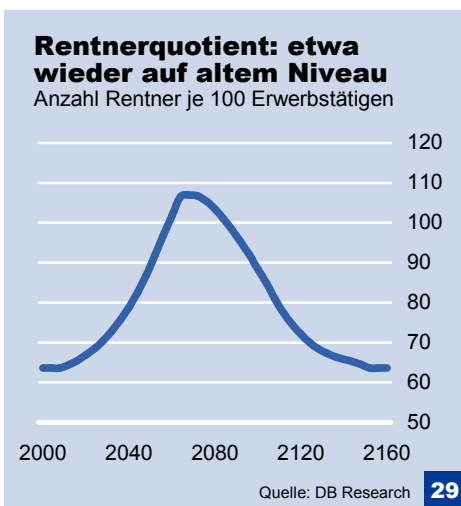
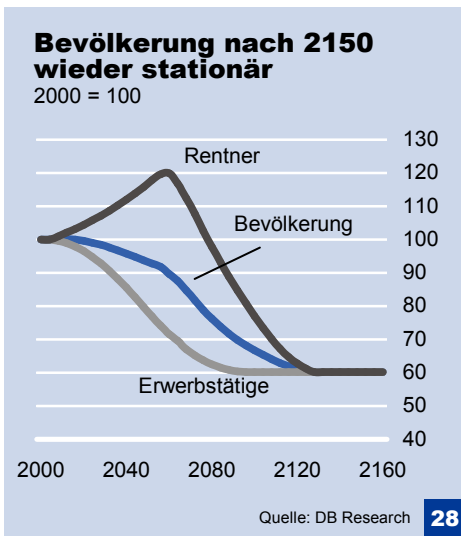
Demografischer Wandel kommt nicht überraschend

Für die Verwendung vollkommener Voraussicht in einem OLG-Modell spricht auch die Tatsache, dass die demografische Entwicklung die Wirtschaftssubjekte nicht überraschend trifft. Der demogra-



³⁷ Vgl. im folgenden Börsch-Supan, A. (2005). Risiken im Lebenszyklus, Theorie und Evidenz. Januar 2005.

³⁸ Vgl. Börsch-Supan, A.; Ludwig, A.; Winter, J. (2004). Aging, pension reforms, and capital flows: A multi-country simulation model. MEA (Mannheim Research Institute for the Economics of Aging) Discussion Papers Nr. 64. August 2004.



fische Wandel ist schon seit Generationen angelegt und geht zunächst noch schleichend vonstatten. Er ist zudem langfristig stetig, d.h. größere Schwankungen der Bevölkerungszahl sowie der Bevölkerungsstruktur sind nicht zu erwarten. Es handelt sich dabei also um einen langfristigen Trend, an den sich die Wirtschaftssubjekte ebenfalls auf lange Sicht anpassen und entsprechend handeln können. Gleichwohl scheint diese oft verwendete Begründung angesichts der sich abzeichnenden demografischen Rentenlücke auf tönernen Füßen zu stehen.

Ergebnisse unter vollkommener Voraussicht als „Benchmark“

Auerbach und Kotlikoff³⁹ bringen noch ein weiteres Pro-Argument in die Diskussion. Ihrer Ansicht nach ist die Annahme vollkommener Voraussicht ein guter Maßstab für die Analyse des Verhaltens der Wirtschaftssubjekte. Dabei argumentieren sie, dass in der Realität die zukünftige Entwicklung, beispielsweise der Einkommen, unsystematisch über- wie unterschätzt wird. So könnten die unter der Annahme vollkommener Voraussicht erzielten Ergebnisse als Benchmark verwendet werden.

3.6 OLG-Modelle sind dynamische Gleichgewichtsmodelle

Die Lösung eines OLG-Modells basiert auf dem neoklassischen Gleichgewicht, dem so genannten „Steady-State“. Dieser gibt den langfristigen Wachstumstrend an. Im „Steady-State“ wachsen in einer geschlossenen Volkswirtschaft alle Niveaugrößen (also Volkseinkommen, Ersparnis, Kapitalstock usw.) mit der Wachstumsrate der Bevölkerung, alle Pro-Kopf-Größen sind konstant. Entsprechend der neoklassischen Produktionsfunktion werden die Produktionsfaktoren Arbeit und Kapital nach ihren Grenzproduktivitäten entlohnt. Dabei stehen Arbeit und Kapital bzw. Löhne und Zinsen in einem durch die Produktionstechnik bestimmten optimalen Verhältnis zueinander und sind im „Steady-State“ konstant. Wird dieses Gleichgewicht nun durch einen demografischen Schock, d.h. durch eine Alterung und Schrumpfung der Bevölkerung, gestört, bewegt sich das System langfristig wieder auf den („Steady-State“) Gleichgewichtspfad zu, in dem das Verhältnis von Arbeit zu Kapital wieder dem im Ausgangsgleichgewicht entspricht und Reallöhne und -zinsen wieder ihr ursprüngliches Niveau haben.

Neues „Steady-State-Gleichgewicht“ etwa 2150 wieder erreicht

In unserem Modell haben wir unterstellt, dass der Bevölkerungsrückgang etwa 2010 beginnt und nach 2050 langsam ausläuft. Dies resultiert daraus, dass die Geburtenrate dann allmählich wieder auf das eine stabile Bevölkerung sichernde Reproduktionsniveau zurückkehrt. Nach unserer Modellierung wäre ein neues „Steady-State-Gleichgewicht“ mit einer stationären Bevölkerung etwa 2150 erreicht. Damit würde sich der Altenlastquotient wieder auf den Wert vor dem demografischen Schock zurückbilden.

3.7 Der Anpassungsprozess im Übergang

Der Anpassungsprozess im Übergang vom Ausgangsgleichgewicht zu einem neuen Gleichgewichtszustand kann folgendermaßen beschrieben werden: Angenommen wir befinden uns im Ausgangszustand im „Steady-State“. Die Anzahl der Arbeitskräfte steht in einem optimalen Verhältnis zum Kapitalstock. Beginnt die Bevölkerung nun zu schrumpfen, sinkt das Arbeitsangebot. Kapital ist nun im Ver-

³⁹ Vgl. Auerbach, A.J.; Kotlikoff, L.J. (1987). Dynamic Fiscal Policy.

Das Farmerproblem*

Fehlplanung: jährlicher Konsum nicht optimal

Jahr	Konsum kg/Jahr	Saat kg/Jahr	Ertrag kg/Jahr
1	32,0	68,0	-
2	32,0	63,2	95,2
3	32,0	56,5	88,5
4	32,0	47,1	79,1
5	32,0	33,9	65,9
6	32,0	15,5	47,5
7	32,0 -	-	21,6
8	32,0 -	-	-
9	32,0 -	-	-
10	32,0 -	-	-

Der optimale Konsum-Saatplan

Jahr	Konsum	Saat	Ertrag
1	29,6	70,4	-
2	29,6	69,0	98,6
3	29,6	67,0	96,6
4	29,6	64,2	93,8
5	29,6	60,2	89,8
6	29,6	54,7	84,3
7	29,6	47,0	76,6
8	29,6	36,2	65,8
9	29,6	21,1	50,7
10	29,6	0,0	29,6

Farmer in Rente**

Jahr	Konsum	Saat	Ertrag
1	28,2	71,8	-
2	28,2	72,3	100,5
3	28,2	73,1	101,3
4	28,2	74,2	102,3
5	28,2	75,6	103,8
6	28,2	77,7	105,9
7	28,2	80,6	108,8
8	28,2 -	-	112,8045
9	28,2 -	-	-
10	28,2 -	-	-

** keine Aussaat mehr ab dem 8. Jahr

Farmer bevorzugt**Gegenwartskonsum*****

Jahr	Konsum	Saat	Ertrag
1	28,0	72,0	-
2	28,7	72,0	100,8
3	29,4	71,4	100,9
4	30,2	69,8	100,0
5	30,9	66,8	97,7
6	31,7	61,8	93,5
7	32,5	54,0	86,5
8	33,3	42,2	75,6
9	34,1	25,0	59,1
10	35,0	0,0	35,0

*** Zeitpräferenzrate 2,5

* Annahmen: Farmer lebt noch 10 Jahre und hat zu Beginn 100 kg Weizen. Er kann konsumieren oder säen. Saat bringt ihm 140% Ernte.

Frage: Wie sieht sein optimaler Konsumplan aus, wenn er am Ende keinen Weizen übrig haben möchte?

gleich zu Arbeit reichlicher vorhanden, das Verhältnis von Arbeit zu Kapital sinkt. Dementsprechend steigen die Löhne und sinken die Zinsen, und der mit der neuen Faktorausstattung erzielbare Output (= Einkommen) ist niedriger als im Ausgangszustand. Wäre die Sparquote konstant, würde die Ersparnis im gleichen Ausmaß wie die Bevölkerung zurückgehen und folglich auch die Investitionen und der Kapitalstock. Ein neues Gleichgewicht wäre wieder erreicht. Da die Sparquote in unserem Modell aber endogen ist, d.h. durch die Entscheidungen der Haushalte innerhalb des Modells bestimmt wird, geht sie aufgrund der gesunkenen Realzinsen sowie der Verrentung der Baby-Boomer, die entsparen, zurück. Damit nehmen die Ersparnis und der Kapitalstock stärker ab als das Arbeitsangebot. Dies ist in unserem Modell bis etwa 2060 der Fall. Danach beginnt die Gegenbewegung. Arbeit ist nun im Vergleich zum Kapitalstock reichlicher vorhanden, der Realzins steigt wieder an, während der Reallohnsatz sinkt. Infolge des gestiegenen Realzinses erhöht sich wieder die Sparquote, was den Rückgang des Kapitalstocks dämpft. Dieser Prozess läuft so lange, bis das Verhältnis von Arbeit und Kapital wieder dem im Ausgangsgleichgewicht entspricht und das ursprüngliche Reallohn- und Zinsniveau wieder vorliegt. Ein neuer „Steady-State“ – in unserem Modell etwa ab 2150 – ist erreicht.

3.8 OLG und Farmer – was haben beide gemeinsam?

Die intertemporale Nutzenmaximierung der Haushalte einschließlich ihrer Zeitpräferenz, also der optimale Konsum-/Sparplan der Generationen in unserem OLG-Modell, kann durch ein einfaches „Farmer-Modell“ veranschaulicht werden.

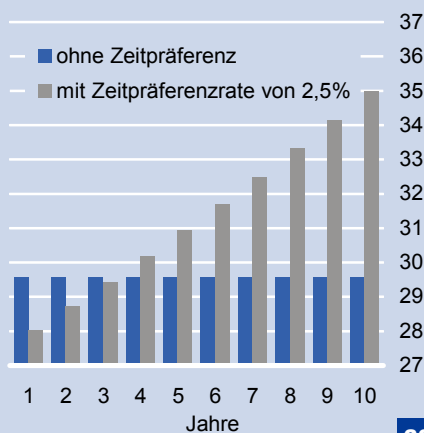
Ausgangspunkt ist ein Farmer⁴⁰, der zu Beginn seines Arbeitslebens 100 kg Weizen hat, die er entweder konsumieren oder aussäen kann. Von der Möglichkeit, Vorräte anzulegen wird aus Vereinfachungsgründen abgesehen. Durch erfolgreiche Bewirtschaftung erzielt er eine Ernte, die 40% über der jährlichen Aussaatmenge liegt⁴¹. Er weiß, dass er noch 10 Jahre lebt, ist an einem gleichmäßigen Konsum über die Jahre interessiert und möchte am Ende seines Lebens keinen Weizen übrig haben. Er überlegt nun, welche Menge an Weizen er jedes Jahr konsumieren kann bzw. aussäen muss, um seinen Konsum (Nutzen) über seine gesamte Lebenszeit zu maximieren.

Angenommen er entscheidet sich zu Beginn seines Arbeitslebens für einen jährlichen Konsum von 32 kg Weizen. Ihm bleiben folglich im 1. Jahr 68 kg zur Aussaat, die ihm im 2. Jahr eine Ernte von 95,2 kg bringen würde. Konsumiert er wieder 32 kg, verbleiben 63,2 kg zur Aussaat im 3. Jahr. Die Aussaat und Erntemengen nehmen folglich mit jedem Jahr ab. Nach dem 6. Jahr würde er feststellen, dass er nur noch 15,5 kg zur Aussaat hätte, die ihm im 7. Jahr nur noch einen Ernteertrag von 21,6 ermöglichen. Zu wenig, denn er möchte ja in jedem Jahr 32 kg Weizen konsumieren. Er muss folglich seinen Plan revidieren und von Anfang an weniger konsumieren. Sein Maximierungsproblem wäre bei einem jährlichen Konsum von rund 29,6 kg gelöst und der ideale Konsum-Saatplan für die kommenden 10 Jahre gefunden.

⁴⁰ Das Farmerproblem geht auf Überlegungen zurück, die Ramsey schon 1928 entwickelte. Er ging der Frage nach, wie viel eine Volkswirtschaft auf lange Sicht sparen sollte. Vgl. Ramsey, F. (1928). A mathematical theory of saving. In Economic Journal (38).

⁴¹ Zur Vereinfachung wird unterstellt, dass Aussaat, Ernte und Konsum gleichzeitig stattfinden.

**Das Farmerproblem:
Zeitpräferenz ändert
optimalen Konsum-Saatplan**
Optimaler Konsumplan, kg pro Jahr



32

**Annahmen & Kalibrierungs-
faktoren im OLG-Modell**

Bevölkerung
2005-2050 -10%

Ausgangsbasis
Beitragssatz zur GRV 26,3%
(entspricht 19,5% mit Bundeszuschuss)
GRV Nettorentenniveau 70%
Staatsverschuldung/BIP 60%

Szenarien

1. "Status Quo"

1.1 Anpassung über Rentenniveau

Beitragssatz zur GRV 26,3%

1.2 Anpassung über Beitragssatz

GRV Nettorentenniveau 70%

1.3 Defizitlösung

Beitragssatz zur GRV 26,3%

GRV Nettorentenniveau 70%

2. "Mehr Eigenvorsorge"

Beitragssatz zur GRV 26,3%

GRV Nettorentenniveau sinkt auf 40%

Haushalte sorgen zum Ausgleich der demografischen Rentenlücke selbst vor

Kalibrierungsparameter

Anteil der Kapitalein-

kommen am Volkseinkommen 30%

Zeitpräferenzrate 2,5%

Risikoaversion 2

Abschreibungsrate des

Kapitalstocks 5%

Ausgangszustand des Modells

"Status Quo" in 2005

Sparquote 11%

Realzins 7,5%

33

Auch Farmer gehen in Rente...

Dieses anschauliche Beispiel kann nun um eine Rentenphase des Farmers erweitert werden. Das Spiel läuft nach dem gleichen Muster ab. Lediglich die Arbeitsphase verkürzt sich, beispielsweise um 3 auf 7 Jahre und eine Rentenphase von 3 Jahren, in der der Farmer nicht sät und erntet, aber konsumiert, kommt hinzu. Unter diesen Bedingungen braucht der Farmer am Anfang des 8. Jahres eine Menge an Weizen, die dem Konsum von 3 Jahren entspricht. In diesem Fall müsste er sich am Anfang seiner Arbeitsphase für einen jährlichen Konsum von etwas mehr als 28 kg Weizen entscheiden.

... und haben eine Zeitpräferenz

Auch Farmer können eine zeitliche Präferenz für ihre Konsument-scheidung haben, d.h. Konsum in der Gegenwart dem in der Zukunft vorziehen. Hätte unser Farmer eine Zeitpräferenzrate von 2,5, wäre er nur dann bereit, Konsum in das nächste Jahr zu verschieben, wenn dadurch ein um 2,5% höherer Konsum möglich wird. Im darauf folgenden Jahr müsste sein Konsum dann um 5,1% und im 10. Jahr 25% höher sein als im ersten Jahr, um ihm den gleichen Nutzen wie in der Ausgangsperiode zu stiften. Bei seinem Konsum im optimalen Konsum-Saatplan ohne Zeitpräferenz von 29,6 kg im 1. Jahr wäre dies im 2. Jahr bei einem Konsum von 30,3 kg und im 10. Jahr von 37 kg der Fall. Mit einem solchen Konsum-Sparplan kann er aber sein Ziel, 10 Jahre zu konsumieren und zu säen und am Ende keinen Weizen übrig zu haben, nicht realisieren, da sein Konsum schon im 9. Jahr die Erntemenge übersteigt. Ein solcher Konsum-Saatplan wäre folglich für den Farmer nicht optimal. Um sein Ziel zu erreichen, müsste er bei einer Zeitpräferenzrate von 2,5 seinen Konsum im 1. Jahr auf rund 28 kg reduzieren, also gegenüber seinem optimalen Konsum-Saatplan ohne Zeitpräferenz auf den Konsum von 1,6 kg verzichten. Bis zum 10. Jahr steigt sein Konsum dann auf etwa 35 kg an. Er konsumiert damit zwar gegenüber seinem optimalen Konsum-Saatplan ohne Zeitpräferenz 5,4 kg Weizen mehr, der daraus resultierende Nutzen wäre für ihn jedoch geringer. Denn ein Konsum von 35 kg im 10. Jahr entspricht einem Gegenwartswert von lediglich 28 kg, im Vergleich zu 29,6 kg ohne Zeitpräferenz.

OLG – viele Farmer!

Gibt man nun dem Farmer noch die Möglichkeit zur Vorrats- (Ersparnis-)bildung, betrachtet gleichzeitig viele Farmer unterschiedlichen Alters, die Gegenwartskonsum bevorzugen, lässt die Farmer interagieren, d.h. ihre Saat-/Konsumpläne sind nicht unabhängig voneinander, und nimmt an, dass pro betrachtete Periode eine junge Farmergeneration hinzukommt und die älteste stirbt, hätte man im Prinzip ein OLG-Modell formuliert.

3.9 Die Lösung eines OLG-Modells – das Pferd wird von hinten aufgezümt

Wie bei einem Farmer, der seinen Ausgangs- und Endzustand kennt, ist aufgrund der neoklassischen Gleichgewichtsbedingung die Lösung des Modells im Ausgangszustand sowie im Endzustand (neuer „Steady-State“ nach einem demografischen Schock) bekannt. Wie schon beschrieben, muss im neuen Gleichgewicht wieder das optimale Arbeits-/Kapitalverhältnis des Ausgangsgleichgewichts herrschen. Bei gegebenem demografischem Schock kann somit der dazu passende Kapitalstock ermittelt werden. Mathematisch lässt sich dann mit Hilfe eines iterativen rekursiven Lösungs-

ansatzes der Anpassungspfad zwischen alten und neuen Gleichgewichten bestimmen.

3.10 Kalibrierung des OLG-Modells notwendig

Damit ein OLG-Modell die Volkswirtschaft gut abbildet, muss es für einige im Modell enthaltene Variable mit Vergangenheitswerten kalibriert werden⁴². Dabei handelt es sich um die Zeitpräferenzrate, die die Verteilung des Konsums über die Zeit mitbestimmt, den Anteil der Arbeitseinkommen am Volkseinkommen, der für die Spezifizierung der neoklassischen Produktionsfunktion benötigt wird, sowie die Abschreibungsrate auf den Kapitalstock. Hinzu kommen die Politikvariablen, wie der Beitragssatz zur gesetzlichen Rentenversicherung und die Nettorentenquote. Einige dieser Kalibrierungsfaktoren, beispielsweise die Politikvariablen, sind einfach zu bestimmen. Bei den anderen, wie z.B. der Zeitpräferenzrate, haben wir uns an die in vielen OLG-Modellen verwendeten Standardschätzungen angelehnt⁴³, die zum Teil auf Ergebnissen der Studie von Auerbach und Kotlikoff basieren. Bei den von uns gewählten Kalibrierungsfaktoren liefert unser OLG-Modell im Ausgangszustand eine reale gesamtwirtschaftliche Rendite von etwa 7 ½% und eine Sparquote der privaten Haushalte von gut 11%.

Da die Kalibrierungsfaktoren (mit Ausnahme der Politikvariablen) für den gesamten Simulationszeitraum, also für über 50 Jahre, konstant gehalten werden, muss bedacht werden, dass die demografische Entwicklung historisch noch ohne Präzedenz ist. So ist nicht auszuschließen, dass demografische Schocks auch zu Änderungen dieser Kalibrierungsfaktoren führen. Beispielsweise könnte sich in einer stark alternden Gesellschaft die Zeitpräferenz der Individuen ändern⁴⁴.

Bernhard Gräf

(+49 69 910-31738, bernhard.graef@db.com)

Marc Schattenberg, Universität Halle

(+49 345 5523323, marc.schattenberg@wiwi.uni-halle.de)

⁴² Einen Überblick über Kalibrierungsmethoden und Probleme gibt: Ludwig, A. (2005). Moment estimation in Auerbach-Kotlikoff models: How well do they match the data? MEA (Mannheim Research Institute for the Economics of Aging) Discussion Papers Nr. 93. März 2005.

⁴³ Vgl. Auerbach, A.J.; Kotlikoff, L.J. (1987). Dynamic Fiscal Policy. Börsch-Supan, A.; Ludwig, A.; Winter, J. (2004). Aging, pension reforms, and capital flows: A multi-country simulation model. MEA (Mannheim Research Institute for the Economics of Aging) Discussion Papers Nr. 64, August 2004. Hviding, K.; Merette, M. (1998). Macroeconomic effects of pension reforms in the context of ageing populations: overlapping generations model simulations for seven OECD countries, OECD Economic Department Working Papers Nr. 2001, Juli 1998. Martins, J.O., Gonand, F., Antolin, P., de la Maisonneuve, C., Yoo, K.-Y. (2005). The Impact of Ageing on Demand, Factor Markets and Growth. OECD Economic Department Working Papers Nr. 420. März 2005.

⁴⁴ Vgl. Bishai, D.M. (2004). Does time preference change with age? In Journal of Population Economics, Vol. 17.

4. Die Modellkonstruktion: die mathematische Formulierung unseres OLG-Modells

Die Konstruktion unseres Modells entspricht in ihren Grundzügen der in den meisten OLG-Modellen verwendeten Formulierung⁴⁵. Im Folgenden sind die wichtigsten Gleichungen dargestellt.

4.1. Die Bevölkerung – Rentner und Erwerbstätige

Die Bevölkerung zu einem bestimmten Zeitpunkt setzt sich zusammen aus der Anzahl der Erwerbstätigen und der Anzahl der Rentner. In unserem Modell leben 18 Generationen. Davon sind 11 Generationen erwerbstätig, 7 Generationen sind im Ruhestand. Jede Generation wird durch einen repräsentativen Haushalt charakterisiert.

$$(1.0) \quad Bv_t = L_t + R_t$$

mit Bv_t = Anzahl der Bevölkerung zum Zeitpunkt t
 L_t = Anzahl der Erwerbstätigen (Arbeitsangebot) zum Zeitpunkt t
 R_t = Anzahl der Rentner zum Zeitpunkt t
 t = Zeitindex

Es gilt:

$$(1.1) \quad L_t = \sum_{i=1}^{11} NE_t^i$$

mit NE_t^i = Anzahl der Erwerbstätigen der i -ten Generation zum Zeitpunkt t
 i = Generationenindex ($i = 1, 2, \dots, 11$)

und:

$$(1.2) \quad R_t = \sum_{j=12}^{18} NR_t^j$$

mit NR_t^j = Anzahl der Rentner der j -ten Generation zum Zeitpunkt t
 j = Generationenindex ($j = 12, 13, \dots, 18$)

folglich:

$$(1.3) \quad Bv_t = \sum_{i=1}^{11} NE_t^i + \sum_{j=12}^{18} NR_t^j$$

⁴⁵ Ergänzende Darstellungen finden sich in: Auerbach, A.J.; Kotlikoff, L.J. (1987). Dynamic Fiscal Policy; Börsch-Supan, A.; Ludwig, A.; Winter, J. (2004). Aging, pension reforms, and capital flows: A multi-country simulation model. MEA (Mannheim Research Institute for the Economics of Aging) Discussion Papers Nr. 64, August 2004; Dietrich, K. (2000). OLG-Modelle; Heer, B.; Jäger, M. Lecture Notes on Mathematics for Economists, abrufbar unter www.finomica.de; Maußner, A. (2004). Dynamic General Equilibrium Modelling – Computational Methods and Applications.

4.2 Der Unternehmenssektor – Cobb-Douglas-Produktionstechnik

Der Unternehmenssektor wird durch ein repräsentatives Unternehmen mit einer Cobb-Douglas Produktionsfunktion modelliert:

$$(2.0) \quad Y_t = A K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$$

mit	Y_t	=	Output zum Zeitpunkt t
	A	=	Niveau des technischen Fortschritts
	K_t	=	Kapitalstock zum Zeitpunkt t
	L_t	=	Arbeitsangebot zum Zeitpunkt t
	α	=	Anteil Kapitaleinkommen am Volkseinkommen

Der Output ist ein homogenes Gut, das sowohl konsumiert, als auch investiert werden kann. Der Kapitalstock setzt sich aus der Summe der Vermögen (verzinstes kumulierte Ersparnis) aller Generationen zum jeweiligen Betrachtungszeitpunkt zusammen (*siehe Haushaltssektor Gleichung 3.14*). Das Arbeitsangebot wird durch die Anzahl der Individuen im Erwerbsalter bestimmt.

Die eingesetzten Produktionsfaktoren, Kapital und Arbeit, werden gemäß ihrer Grenzproduktivitäten entlohnt.

Die nachfolgende Gleichung beschreibt die Entlohnung des Faktors Kapital und ergibt sich durch Differenzierung der Produktionsfunktion nach Kapital unter Berücksichtigung der Abschreibungsrate des Kapitalstocks:

$$(2.1) \quad r_t = \partial Y_t / \partial K_t = \alpha A K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} - \delta$$

mit	r_t	=	Realzins zum Zeitpunkt t
	δ	=	Abschreibungsrate des Kapitalstocks

In Analogie zur Entlohnung des Faktors Kapital ergibt sich der Reallohnsatz durch:

$$(2.2) \quad w_t = \partial Y_t / \partial L_t = (1-\alpha) A K_t^\alpha L_t^{-\alpha}$$

mit	w_t	=	Reallohnsatz zum Zeitpunkt t
-----	-------	---	--------------------------------

4.3 Der Haushaltssektor – intertemporale Nutzenmaximierung

Eine Generation ist durch einen repräsentativen Haushalt charakterisiert. Seine ökonomische Entscheidung wird als Konsumnutzenmaximierung unter Berücksichtigung der Lebenszeitbudgetrestriktion formuliert. Aufgrund der vollkommenen Voraussicht können die Individuen ihre Lebensplanung bezüglich des Konsums und der Ersparnis schon bei Modelleintritt optimal festlegen.

Der Konsum eines repräsentativen Haushalts der i -ten Generation zum Zeitpunkt t kann formal wie folgt beschrieben werden:

$$(3.0) \quad C_t^i = C_{t-1}^i * \left(\frac{1+r_t}{1+\rho} \right)^{1/\theta}$$

$$\begin{aligned} \text{mit} \quad C_t^i &= \text{Konsum der } i\text{-ten Generation zum Zeitpunkt } t \\ C_{t-1}^i &= \text{Konsum der } i\text{-ten Generation zum Zeitpunkt } t-1 \\ r_t &= \text{Realzins zum Zeitpunkt } t \\ \rho &= \text{individuelle Zeitpräferenzrate} \\ 1/\theta &= \text{intertemporale Substitutionselastizität} \end{aligned}$$

Danach hängt die Konsumententscheidung in Periode t von dem mit θ gewichteten Verhältnis des Marktzinses und der individuellen Zeitpräferenzrate ab. Ein höherer Zinssatz lässt zukünftige Güter billiger werden, was zu höherem Konsum in der Zukunft führt. Eine hohe Zeitpräferenzrate bedeutet, dass die Haushalte künftigen Konsum geringer bewerten und lieber heute konsumieren. θ beschreibt die relative Risikoaversion eines Haushalts = Elastizität des Grenznutzens (entsprechend ist $1/\theta$ die intertemporale Substitutionselastizität des Konsums). Sie gibt an, wie stark die Haushalte auf Abweichungen zwischen individueller Zeitpräferenzrate und Marktzins reagieren und bereit sind, sich von ihrer optimalen intertemporalen Konsumallokation zu entfernen. Bei einem hohen θ wird der Konsum stark geglättet.

Der Konsum aller Generationen zum Zeitpunkt t ist dann:

$$(3.1) \quad C_t = \sum_{i=1}^{18} C_t^i$$

$$\text{mit} \quad C_t = \text{Konsum aller Generationen zum Zeitpunkt } t$$

und der Konsum eines Haushalts über seine gesamte Lebenszeit bestimmt sich durch:

$$(3.2) \quad C^H = \sum_{i=t}^{18} C_t^i$$

$$\text{mit} \quad C^H = \text{Lebenskonsum eines Haushalts, der in } t=1 \text{ „geboren“ wurde}$$

Die Haushalte maximieren ihren Nutzen aus Konsum über ihre gesamte Lebenszeit. Für unsere intertemporale Nutzenmaximierung unterstellen wir eine übliche CRRA (constant relative risk aversion) Nutzenfunktion der Form:

$$(3.3) \quad u_t^i = \frac{1}{1-\theta} (C_t^i)^{1-\theta}$$

mit $u_t^i =$ Nutzen der i -ten Generation zum Zeitpunkt t

Daraus folgt:

$$(3.4) \quad U = \sum_{t=1}^{18} \frac{1}{(1-\rho)^t} \frac{1}{1-\theta} (C_t^i)^{1-\theta} \rightarrow \max!$$

mit $U =$ Nutzen über die gesamte Lebenszeit

Dabei entsprechen die Terme $\frac{1}{(1-\rho)^t}$ den Abzinsungsfaktoren der

Nutzenfunktion. Die Nutzenfunktion ist so gewählt, dass der Grenznutzen positiv ist, aber abnimmt, und die Elastizität des Grenznutzens konstant ist⁴⁶.

Der Haushaltssektor bietet den Unternehmen seine Arbeitskraft an, bezieht Einkommen, zahlt Steuern (= Beiträge für die staatliche Rentenversicherung) und teilt sein Einkommen in Konsum und Ersparnis auf. Die Konsumgleichung (3.0) beschreibt damit implizit auch die Sparsentscheidung der Haushalte.

$$(3.5) \quad S_t^i = (1-\tau) E_t^i - C_t^i$$

mit $S_t^i =$ Ersparnis der i -ten Generation zum Zeitpunkt t

$\tau =$ Steuersatz (Beitragssatz) zur staatlichen Rentenversicherung

$E_t^i =$ Arbeitseinkommen der i -ten Generation zum Zeitpunkt t

Dabei ist:

$$(3.6) \quad E_t^i = w_t N E_t^i$$

und:

⁴⁶ Die in der Literatur häufig zu findende Ergänzung der Nutzenfunktion um den Term -1 zu $\overset{\circ}{U}(C_t^i) = \frac{1}{1-\theta} \left\{ (C_t^i)^{1-\theta} - 1 \right\}$ dient lediglich der Schließung der

Lücke in 3.4 beschriebener Nutzenfunktion für den Fall, dass $\theta = 1$ ist.

$\overset{\circ}{U}(C_t^i)$ konvergiert für $\theta \rightarrow 1$ gegen $\ln(C_t^i)$; vgl. hierzu u.a. Barro, R.J., Sala-i-Martin, X. (1995). Economic Growth.

$$(3.7) \quad Ev_t^i = (1 - \tau) E_t^i$$

mit $Ev_t^i =$ verfügbares Einkommen der i -ten Generation zum Zeitpunkt t

Die Sparquote der privaten Haushalte ist dann:

$$(3.8) \quad SQ_t^i = \frac{S_t^i}{Ev_t^i}$$

mit $SQ_t^i =$ Sparquote der i -ten Generation zum Zeitpunkt t

Die kumulierte und verzinste Ersparnis ergibt das Vermögen eines Haushaltes zu einem bestimmten Zeitpunkt:

$$(3.9) \quad V_t^i = (1 + r_t)V_{t-1}^i + S_t^i$$

mit $V_t^i =$ Vermögen der i -ten Generation zum Zeitpunkt t

Dabei ist unterstellt, dass ein Haushalt ohne Vermögen geboren wird ($K_t^1 = 0$), in seiner Erwerbsphase Vermögen erwirbt und am Ende die Modellwelt wieder ohne Vermögen verlässt ($K_t^{18} = 0$).

Daraus ergibt sich die Budgetrestriktion

a) für einen Haushalt in seiner Erwerbsphase:

$$(3.10) \quad V_{t+1}^{i+1} = (1 + r_t) V_t^i + Ev_t^i - C_t^i$$

mit $V_{t+1}^{i+1} =$ Vermögen der $i+1$ -ten Generation zum Zeitpunkt $t+1$
 $i =$ Generationenindex ($i = 1, 2, \dots, 11$) in der Erwerbsphase

b) für einen Haushalt in seiner Rentenphase:

$$(3.11) \quad V_{t+1}^{j+1} = (1 + r_t) V_t^j + P_t^j - C_t^j$$

mit $P_t^j =$ Rente der j -ten Generation zum Zeitpunkt t
 $j =$ Generationenindex ($j = 12, 13, \dots, 18$)

Ein Haushalt in der Rentenphase bezieht kein Arbeitseinkommen, sondern Rente aus der staatlichen Rentenversicherung. Unter der Annahme, dass ein Rentnerhaushalt nicht spart, sondern entspart, und dass am Lebensende das Vermögen aufgebraucht ist, gilt:

$$(3.12) \quad P_t^j < C_t^j$$

somit ist:

$$(3.13) \quad V_{t+1}^{j+1} < (1+r_t) V_t^j$$

und:

$$(3.14) \quad V_t^{18} = 0$$

Der Kapitalstock, mit dem die Unternehmen produzieren, entspricht dem Vermögen aller Haushalte zu einem bestimmten Zeitpunkt:

$$(3.15) \quad K_t = V_t = \sum_{i=1}^{18} V_t^i = \sum_{i=1}^{18} \bar{S}_t^i$$

mit $K_t =$ Kapitalstock zum Zeitpunkt t

und $\bar{S}_t^i =$ Kumulierte verzinste Ersparnis der i -ten Generation zum Zeitpunkt t

und die Veränderung des Kapitalstocks (unter Berücksichtigung der Abschreibungen) den Nettoinvestitionen:

$$(3.16) \quad I(\text{netto})_t = K_{t+1} - (1-\delta)K_t$$

folglich sind die Investitionen zu jedem Zeitpunkt gleich der Ersparnis:

$$(3.17) \quad I(\text{netto})_t + \delta K_t = I(\text{brutto})_t = S_t$$

4.4 Der Staatssektor – Träger der Alterssicherung

Der Staat ist auf seine Funktion als Träger der Alterssicherung beschränkt. Seine Budgetgleichung lautet:

$$(4.0) \quad B_t = T_t - P_t$$

$$\begin{aligned} \text{mit} \quad B_t &= \text{Budgetsaldo zum Zeitpunkt } t \\ T_t &= \text{Steuereinnahmen = Beitragseinnahmen} \\ &\quad \text{zum Zeitpunkt } t \\ P_t &= \text{Rentenzahlungen zum Zeitpunkt } t \end{aligned}$$

Bei ausgeglichenem Budget, d.h. Anpassung über Beitragssatz und/oder Rentenniveau, gilt:

$$(4.1) \quad P_t = p_t R_t = \tau w_t L_t = T_t$$

$$\begin{aligned} \text{mit} \quad P_t &= \text{Gesamte Rentenzahlungen zum Zeitpunkt } t \\ p_t &= \text{durchschnittliche Rentenauszahlung} \\ &\quad \text{pro Haushalt in der} \\ &\quad \text{Rentenphase zum Zeitpunkt } t \end{aligned}$$

und folglich die übliche Beitragssatz-Rentenniveaugleichung einer umlagenfinanzierten Rentenversicherung:

$$(4.2) \quad \tau = \left(\frac{R_t}{L_t} \right) * \left(\frac{P_t}{w_t} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{mit} \quad \frac{R_t}{L_t} &= \text{Rentnerquotient zum Zeitpunkt } t \text{ (Anzahl} \\ &\quad \text{Rentner zu Anzahl Erwerbstätige)} \\ \frac{P_t}{w_t} &= \text{Rentenniveau zum Zeitpunkt } t \text{ (Rentenzahlung} \\ &\quad \text{pro Rentner in Relation zum} \\ &\quad \text{Arbeitseinkommen pro Erwerbstätigen)} \end{aligned}$$

Ist das Budget nicht ausgeglichen, ergibt sich die Verschuldung des Staates durch:

$$(4.3) \quad D_t = (1 + r_t) D_{t-1} + B_t$$

$$\text{mit} \quad D_t = \text{Schuldenstand zum Zeitpunkt } t$$

Literaturverzeichnis

- Abel, A.B. (2002). The effects of a baby boom on stock prices and capital accumulation in the presence of social security. Juli 2002.
- Ando, A.; Modigliani, F. (1963). The life-cycle hypothesis of saving: Aggregate implications and tests. In American Economic Review (89), 1963.
- Auerbach, A.J.; Kotlikoff, L.J. (1987). Dynamic Fiscal Policy.
- Barro, R.J., Sala-i-Martin, X. (2004). Economic Growth.
- Bishai, D.M. (2004). Does time preference change with age? In Journal of Population Economics. Vol. 17, 2004.
- Börsch-Supan, A. (2004). Global Aging: Issues, Answers, More Questions. MEA Working Paper Nr. 55. Juli 2004.
- Börsch-Supan, A. (2005). Risiken im Lebenszyklus, Theorie und Evidenz. Januar 2005.
- Börsch-Supan.; Essig, L. (2002). Sparen in Deutschland, Ergebnisse der ersten SAVE-Studie.
- Börsch-Supan, A.; Ludwig, A.; Winter, J. (2003 und 2004). Aging, pension reforms, and capital flows: A multi-country simulation model, MEA (Mannheim Research Institute for the Economics of Aging) Discussion Papers Nr. 28, April 2003 und Aktualisierung als Discussion Paper Nr. 64, August 2004.
- Börsch-Supan, A.; Reil-Held, A.; Rodepeter, R.; Schnabel, R.; Winter, J. (2000). The German Savings Puzzle. September 2000.
- Bräuninger, D.; Gräf, B. (2005). Spürbare Rentenlücken trotz Reformen. Deutsche Bank Research. Aktuelle Themen/ Demografie Spezial Nr. 312, 12. Januar 2005. Frankfurt am Main.
- Deaton, A. (1992). Understanding consumption.
- Diamond, P.A. (1965). National debt in a neoclassical growth model. In American Economic Review, 55, 1965.
- Dietrich, K. (2000). OLG-Modelle.
- French, K.R.; Poterba, J.M. (1991). Investor diversification and international equity markets. In American Economic Review (81), 1991.
- Fuchs, J., Dörfler K. (2005). Projektion des Arbeitsangebots bis 2050, Demografische Effekte sind nicht mehr zu bremsen. In IAB Kurzbericht Nr. 11/26.7.2005.
- Fuchs, J., Dörfler K. (2005). Projektion des Erwerbspotenzials bis 2050, Annahmen und Datengrundlage. IAB Forschungsbericht Nr. 25/2005.
- Gräf, B.: Deutsches Wachstumspotenzial: Vor demografischer Herausforderung (2003). Deutsche Bank Research. Aktuelle Themen/Demografie Spezial Nr. 277, 14. Juli 2003. Frankfurt am Main.
- Heer, B.; Maußner, A. (2004). Dynamic General Equilibrium Modelling – Computational Methods and Applications.
- Hviding, K.; Merette, M. (1998). Macroeconomic effects of pension reforms in the context of ageing populations: overlapping generations model simulations for seven OECD countries.

- OECD Economic Department Working Papers Nr. 2001, Juli 1998.
- Jäger, M. Lecture Notes on Mathematics for Economists, www.finomica.de.
- Kamps, C., Meier, C.-P., Oskamp, F. (2004). Wachstum des Produktionspotenzials in Deutschland bleibt schwach, Kieler Diskussionsbeiträge (Institut für Weltwirtschaft Kiel) Nr. 414, September 2004.
- Kappler, M.: Konsum (2002). Die Lebenszyklus-Hypothese, In ZEW Konjunkturreport Nr. 1. 2002.
- Ludwig, A. (2005). Aging and Economic Growth: The Role of Factor Markets and of Fundamental Pension Reforms. MEA Discussion Papers Nr. 94. Februar 2005.
- Ludwig, A. (2005). Moment estimation in Auerbauch-Kotlikoff models: How well do they match the data? MEA (Mannheim Research Institute for the Economics of Aging) Discussion Papers Nr. 93, März 2005.
- Martins, J.O., Gonand, F., Antolin, P., de la Maisonneuve, C., Yoo, K.-Y. (2005). The Impact of Ageing on Demand, Factor Markets and Growth. OECD Economic Department Working Papers Nr. 420, März 2005.
- Ramsey, F. (1928). A mathematical theory of saving. In *Economic Journal* (38), 1928.
- Samuelson, P.A. (1958). An exact consumption-loan model of interest with or without social contrivance of money. In *Journal of Political Economy*, 66, 1958.
- Schmidt, S. (2004). Computerbasierte Anwendungen von Modellen sich überlappender Generationen. In ZEW Konjunkturreport Nr. 3 2004.
- Solow, R. (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth. In *Quarterly Journal of Economics*, Februar 1956.
- Statistisches Bundesamt (2003). Bevölkerung Deutschlands bis 2050, 10. koordinierte Bevölkerungsvorausberechnung. Wiesbaden 2003.
- Statistisches Bundesamt (2004). Wirtschaftsrechnungen, Einkommens- und Verbrauchsstichprobe – Ausgewählte Ergebnisse zu den Einkommen und Ausgaben privater Haushalte. 1. Halbjahr 2003. September 2004.
- Steinmann, G.; Tagge, S. (2002). Determinanten der Bevölkerungsentwicklung in West- und Ostdeutschland. In *Wirtschaft im Wandel* (4), 2002.
- Werding, M., Kaltschütz, A. (2005). Modellrechnungen zur langfristigen Tragfähigkeit der öffentlichen Finanzen. ifo Beiträge zur Wirtschaftsforschung, 2005.

Aktuelle Themen

Demografie Spezial

Schneller via E-Mail:
marketing.dbr@db.com

- Mehr Pflegeimmobilien für eine alternde Gesellschaft, Nr. 334 4. Oktober 2005
- Reform des US-Rentensystems
Politik ignoriert demografische und finanzielle Wirklichkeit, Nr. 330 19. August 2005
- Spürbare Rentenlücken trotz Reformen, Nr. 312 12. Januar 2005
- Demografische Entwicklung verschont öffentliche Infrastruktur nicht, Nr. 294 28. April 2005
- Demografie lässt Immobilien wackeln, Nr. 283 18. September 2003
- Auf dem Prüfstand der Senioren
Alternde Kunden fordern Unternehmen auf allen Ebenen, Nr. 278..... 14. Juli 2003
- Deutsches Wachstumspotenzial:
Vor demografischer Herausforderung, Nr. 277 14. Juli 2003
- Alterung, deutsche Renditeentwicklung
und globale Kapitalmärkte, Nr. 273 16. Juni 2003
- Demografie und Bankgeschäft:
Internationalisierung als Lösung, Nr. 269 27. Mai 2003
- Internationale Migration: Wer, wohin und warum? Nr. 265 8. Mai 2003

Unsere Publikationen finden Sie kostenfrei auf unserer Internetseite www.dbresearch.de
Dort können Sie sich auch als regelmäßiger Empfänger unserer Publikationen per E-Mail eintragen.

Für die Print-Version wenden Sie sich bitte an:

Deutsche Bank Research
Marketing
60262 Frankfurt am Main
Fax: +49 69 910-31877
E-Mail: marketing.dbr@db.com

© Copyright 2006. Deutsche Bank AG, DB Research, D-60262 Frankfurt am Main, Deutschland. Alle Rechte vorbehalten. Bei Zitaten wird um Quellenangabe „Deutsche Bank Research“ gebeten.

Die vorstehenden Angaben stellen keine Anlageberatung dar. Alle Meinungsäußerungen geben die aktuelle Einschätzung des Verfassers wieder, die nicht notwendigerweise der Meinung der Deutsche Bank AG oder ihrer assoziierten Unternehmen entspricht. Alle Meinungen können ohne vorherige Ankündigung geändert werden. Die Meinungen können von Einschätzungen abweichen, die in anderen von der Deutsche Bank veröffentlichten Dokumenten, einschließlich Research-Veröffentlichungen, vertreten werden. Die vorstehenden Angaben werden nur zu Informationszwecken und ohne vertragliche oder sonstige Verpflichtung zur Verfügung gestellt. Für die Richtigkeit, Vollständigkeit oder Angemessenheit der vorstehenden Angaben oder Einschätzungen wird keine Gewähr übernommen.

In den USA wird dieser Bericht durch Deutsche Bank Securities Inc., Mitglied der NYSE, NASD, NFA und SIPC, genehmigt und/oder verbreitet. In Deutschland wird dieser Bericht von Deutsche Bank AG Frankfurt genehmigt und/oder verbreitet, die über eine Erlaubnis der Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht verfügt. Im Vereinigten Königreich wird dieser Bericht durch Deutsche Bank AG London, Mitglied der London Stock Exchange, genehmigt und/oder verbreitet, die in Bezug auf Anlagegeschäfte im Vereinigten Königreich der Aufsicht der Financial Services Authority unterliegt. In Hongkong wird dieser Bericht durch Deutsche Bank AG, Hong Kong Branch, in Korea durch Deutsche Securities Korea Co. und in Singapur durch Deutsche Bank AG, Singapore Branch, verbreitet. In Japan wird dieser Bericht durch Deutsche Securities Limited, Tokyo Branch, genehmigt und/oder verbreitet. In Australien sollten Privatkunden eine Kopie der betreffenden Produktinformation (Product Disclosure Statement oder PDS) zu jeglichem in diesem Bericht erwähnten Finanzinstrument beziehen und dieses PDS berücksichtigen, bevor sie eine Anlageentscheidung treffen.

Druck: HST Offsetdruck Schadt & Tetzlaff GbR, Dieburg